

1. Dadas las siguientes cantidades:

I) Número de habitantes de una gran ciudad: 5 123 408 personas.

II) Gasto medio mensual de una empresa en teléfono: 2 814,32 €.

a) Exprésalas de forma aproximada con una cantidad razonable de cifras significativas.

b) Calcula las cotas del error absoluto y del error relativo de las aproximaciones.

$$5\,123\,408 \approx 5.000.000 \text{ perso.}$$

$$E_a < 500000$$

$$E_r = \frac{500000}{5000000} = 0'1$$

$$2\,814'32 \approx 2800 \text{ €}$$

$$E_a < 50$$

$$E_r = \frac{50}{2800} = 0'0178... < 0'02$$

$$5\,123\,408 \approx 5100.000 \text{ per}$$

$$E_a < 50000$$

$$E_r = \frac{50000}{5100000} = 0'00980... < 0'01$$

$$2\,814'32 \approx 3000$$

$$E_a < 500$$

$$E_r \approx \frac{500}{3000} = 0'166... < 0'2$$

2. I) Escribe en forma de desigualdad y representa:

a) [2, 4]

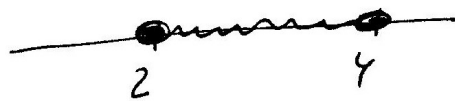
b)  $(-\infty, \frac{1}{3})$

II) Escribe en forma de intervalo y representa:

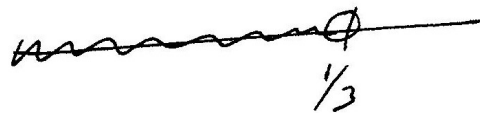
a)  $\{x \mid -3 < x < 1\}$

b)  $\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\}$

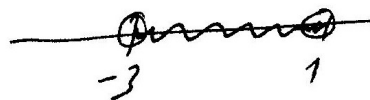
$$[2, 4] ; 2 \leq x \leq 4 ;$$



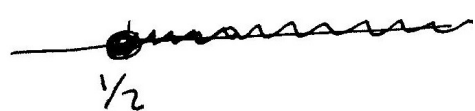
$$(-\infty, \frac{1}{3}) ; x < \frac{1}{3} ;$$



$$-3 < x < 1 ; (-3, 1) ;$$



$$x \geq \frac{1}{2} ; [\frac{1}{2}, +\infty) ;$$



3. a) Simplifica y extrae los factores que puedas fuera del radical:

I)  $\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt[3]{27}$

II)  $(\sqrt[4]{a})^{10}$

III)  $\sqrt{162a^5b^6}$

b) Racionaliza y simplifica:  $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt[3]{27} = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

$$(\sqrt[4]{a})^{10} = (\sqrt[4]{a^4})^2 \cdot \sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^2} = a \sqrt[4]{a^2}$$

$$\sqrt{162a^5b^6} = \sqrt{2 \cdot 3^4 a^5 b^6} = 3^2 a^2 b^3 \sqrt{2a} = 9a^2 b^3 \sqrt{2a}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} &= \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 162 \overline{) 2} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 11 \end{array}$$

4. a) Calcula y simplifica:  $2(x^2 - 3x + 2) - (2x + 1)(2x - 1)$

b) Obtén el cociente y el resto de la siguiente división:  $(5x^4 - 2x^3 + 3x - 1) : (x^2 - 2x + 3)$

c) Factoriza el siguiente polinomio:  $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x$

$$\begin{aligned} 2(x^2 - 3x + 2) - (2x + 1)(2x - 1) &= 2x^2 - 6x + 4 - ((2x)^2 - 1^2) = \\ &= 2x^2 - 6x + 4 - (4x^2 - 1) = 2x^2 - 6x + 4 - 4x^2 + 1 = \\ &= -2x^2 - 6x + 5. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5x^4 - 2x^3 + \quad \quad 3x - 1 \quad | \quad x^2 - 2x + 3 \\ -5x^4 + 10x^3 \quad -15x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} / \quad 8x^3 - 15x^2 + 3x \\ -8x^3 + 16x^2 - 24x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} / \quad x^2 - 21x - 1 \\ -x^2 + 2x - 3 \\ \hline -19x - 4 \end{array}$$

Cociente:  $5x^2 + 8x + 1$   
 resto:  $-19x - 4$

$$x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x = x(x^3 + 2x^2 - 9x - 18) =$$

$$= x(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

	1	2	-9	-18
-2		-2	0	18
	1	0	-9	0
3		3	9	
	1	3	0	

5. Opera y simplifica:

a)  $\frac{2x}{x^2-1} - \frac{2}{x-1}$

b)  $\frac{x^2-2x+1}{x+3} : \frac{x-1}{x^2-9}$

$$\frac{2x}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{1 \cdot 2x - 2(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x - 2x - 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{-2}{x^2-1}$$

$$x^2-1 = (x-1)(x+1) \left\{ \begin{array}{l} \text{mcm} = (x-1)(x+1) \\ x-1 = (x-1) \end{array} \right.$$

$$\frac{x^2-2x+1}{x+3} : \frac{x-1}{x^2-9} = \frac{(x-1)^2}{x+3} : \frac{x-1}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-1)^2(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-1)} = (x-1)(x-3) = x^2-4x+3$$

6. Resuelve estas ecuaciones:

a)  $x^4 - 9x^2 = 0$

b)  $\sqrt{x+1} + 5 = x$

$$x^4 - 9x^2 = 0$$

$$x^2(x^2-9) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 9 = 0 \\ x^2 = 9 \\ x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \end{array} \right.$$

Soluciones
$x_1 = 0$
$x_2 = 3$
$x_3 = -3$

$$\sqrt{x+1} + 5 = x$$

$$\sqrt{x+1} = x-5$$

$$(\sqrt{x+1})^2 = (x-5)^2$$

$$x+1 = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$= \frac{11 \pm 5}{2} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{11+5}{2} = 8 \\ \frac{11-5}{2} = 3 \end{array} \right.$$

Comprobación

$$x = 8$$

$$\sqrt{8+1} + 5 = 8$$

$$\sqrt{9} + 5 = 8$$

$$3 + 5 = 8 \text{ sí}$$

$$x = 3$$

$$\sqrt{3+1} + 5 = 3$$

$$\sqrt{4} + 5 = 3$$

$$2 + 5 = 3 \text{ No}$$

Solución $x = 8$
------------------

7. Resuelve este sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x \cdot y = 6 \rightarrow y = \frac{6}{x} \end{cases}$$

$$x^2 + \left(\frac{6}{x}\right)^2 = 13$$

$$x^2 + \frac{36}{x^2} = 13$$

$$x^4 + 36 = 13x^2$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = z, \quad x^4 = z^2$$

$$z^2 - 13z + 36 = 0$$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{(13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} 9 \\ 4 \end{cases}$$

$$\text{Para } z = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

$$\text{Para } z = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

Soluciones

$$x = -2, y = -3$$

$$x = 2, y = 3$$

$$x = 3, y = 2$$

$$x = -3, y = -2$$

8. Carlos y Elvira tienen, entre los dos, 108 €. Si Elvira le diera a Carlos 7 €, entonces Carlos tendría la mitad del dinero que tendría Elvira. Averigua cuánto dinero tiene cada uno.

Carlos tiene  $x$

Elvira "  $y$

Solución: Carlos tiene 29 € y

Elvira 79 €.

entre los dos 108  $\rightarrow x + y = 108$

Elvira da a Carlos 7 €  $\Rightarrow$  Carlos:  $x + 7$   $\rightarrow x + 7 = \frac{y - 7}{2}$   
Elvira:  $y - 7$

$$\begin{cases} x + y = 108 \\ x + 7 = \frac{y - 7}{2} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 108 \\ 2x + 14 = y - 7 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 108 \\ 2x - y = -21 \end{cases}$$

$$\hline 3x = 87$$

$$x = \frac{87}{3} = 29$$

$$29 + y = 108 \rightarrow y = 108 - 29 = 79$$

9. Resuelve y representa gráficamente las soluciones:

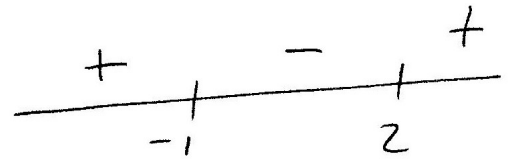
a)  $(x-2)(x+1) \leq 0$

b)  $\begin{cases} 3x-4 < 20 \\ x+7 \geq 10 \end{cases}$

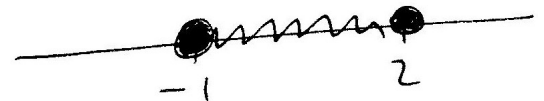
$(x-2)(x+1) \leq 0$

$(x-2)(x+1) = 0 \begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$

x	$(x-2)(x+1)$
-2	$(-2-2)(-2+1) = -4 \cdot (-1) = +4$
0	$(0-2)(0+1) = -2$
3	$(3-2)(3+1) = 1 \cdot 4 = 4$



Solución

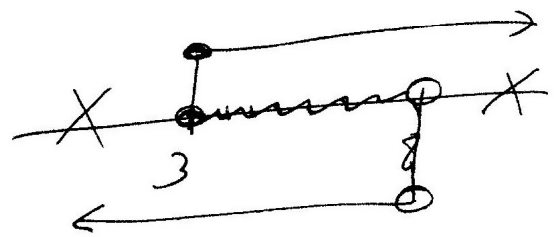


$-1 \leq x \leq 2$

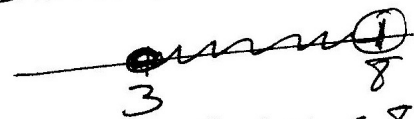
$x \in [-1, 2]$

$\begin{cases} 3x-4 < 20 \\ x+7 \geq 10 \end{cases}$

$\begin{array}{l|l} 3x-4 < 20 & x+7 \geq 10 \\ 3x < 24 & x \geq 3 \\ x < 8 & \end{array}$



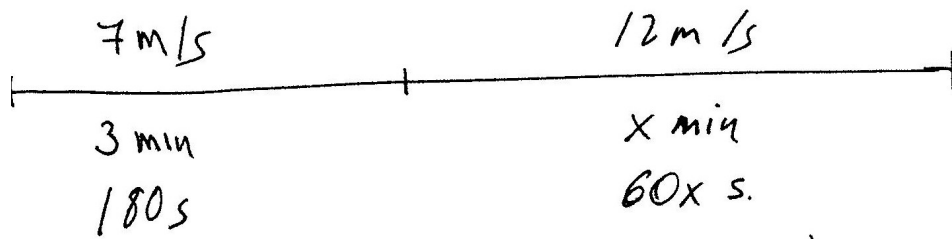
Solución



$3 \leq x < 8$

$x \in [3, 8)$

10. Para realizar cierto recorrido un móvil ha avanzado durante 3 minutos con una velocidad de 7 m/s y el resto con una velocidad de 12 m/s. Calcula cuánto ha tardado en total, sabiendo que la velocidad media ha sido de 8,4 m/s.



Ha recorrido  $(180 \cdot 7 + 60x \cdot 12) \text{ m}$  en  $(180 + 60x) \text{ segundos}$

luego 
$$\frac{180 \cdot 7 + 60x \cdot 12}{180 + 60x} = 8,4$$

$$\frac{1260 + 720x}{180 + 60x} = 8,4$$

$$1260 + 720x = 1512 + 504x$$

$$720x - 504x = 1512 - 1260$$

$$216x = 252$$

$$x = \frac{252}{216} = 1'1\bar{6} = 1 \text{ min } 10 \text{ s}$$

En total ha tardado 4 min 10 s.