1) $\begin{cases} xy + 2 = 4x \\ y - x = 1 \rightarrow y = 1 + x \end{cases}$

$x(1+x) + 2 = 4x$

$x + x^2 + 2 - 4x = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} =$

$= \begin{cases} \frac{3+1}{2} = 2 \\ \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases}$

Para $x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$

Para $x = 2 \rightarrow y = 2 + 1 = 3$

Soluciones
$x = 1, y = 2$
$x = 2, y = 3$

2) $\begin{cases} \sqrt{x-2} + y = 3 \\ -5 + 2x = x - y \rightarrow -5 + 2x - x = -y \end{cases}$

$-5 + x = -y \rightarrow y = 5 - x$

en la 1ª $\rightarrow \sqrt{x-2} + (5-x) = 3$

$\sqrt{x-2} = 3 - 5 + x$

$\sqrt{x-2} = -2 + x$

$\left(\sqrt{x-2}\right)^2 = (-2+x)^2$

$x - 2 = 4 - 4x + x^2$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

Comprobación

$x = 3$

$\sqrt{3-2} = -2 + 3$

$1 = 1$ sí

$x = 2$

$\sqrt{2-2} = -2 + 2$

$0 = 0$ sí

Para $x = 3 \rightarrow y = 5 - 3 = 2$

Para $x = 2 \rightarrow y = 5 - 2 = 3$

Soluciones
$x = 2, y = 3$
$x = 3, y = 2$

3) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ $\longrightarrow$ $x = 3 - 2y$

Ⓐ $\frac{1}{3-2y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$

$\frac{y + 3 - 2y}{(3-2y)y} = \frac{1}{20}$

$\frac{3 - y}{3y - 2y^2} = \frac{1}{20}$

$60 - 20y = 3y - 2y^2$

$2y^2 - 20y - 3y + 60 = 0$

$2y^2 - 23y + 60 = 0$

$y = \frac{-(-23) \pm \sqrt{(-23)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 60}}{2 \cdot 2} = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 480}}{4} =$

$= \frac{23 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{23 \pm 7}{4} = \begin{cases} \frac{30}{4} = \frac{15}{2} \\ \frac{16}{4} = 4 \end{cases}$

Comprobación

Hay que comprobar que los denominadores de Ⓐ son no nulos

$y = \frac{15}{2} \rightarrow 3 - 2 \cdot \frac{15}{2} = 3 - 15 = -12 \neq 0$ ✓

$\frac{15}{2} \neq 0$

$y = 4 \rightarrow 3 - 2 \cdot 4 = 3 - 8 = -5 \neq 0$ ✓

$4 \neq 0$

Para $y = \frac{15}{2} \rightarrow x = 3 - 2\frac{15}{2} = 3 - 15 = -12$

Para $y = 4 \rightarrow x = 3 - 2 \cdot 4 = 3 - 8 = -5$

Soluciones

$x = -12, \ y = \frac{15}{2}$

$x = -5, \ y = 4$

4) $\frac{x^2-4}{15} - \frac{x^2-9}{5} < \frac{2x-1}{3}$

$\frac{1.(x^2-4) - 3(x^2-9)}{15} < \frac{5(2x-1)}{15}$

$x^2 - 4 - 3x^2 + 27 < 10x - 5$

$-2x^2 + 23 < 10x - 5$

$-2x^2 - 10x + 23 + 5 < 0$

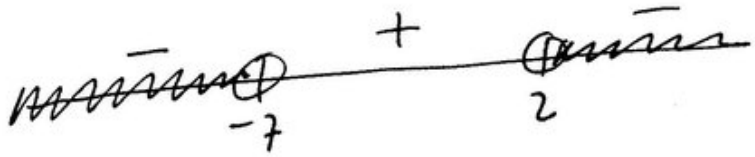
$-2x^2 - 10x + 28 < 0$

$-x^2 - 5x + 14 < 0$

$-x^2 - 5x + 14 = 0$

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.(-1).14}}{2(-1)} = \frac{5 \pm \sqrt{25+56}}{-2} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{-2} =$

$= \frac{5 \pm 9}{-2} = \begin{cases} \frac{14}{-2} = -7 \\ \frac{-4}{-2} = 2 \end{cases}$



x	$-x^2 - 5x + 14$	
-8	$-(-8)^2 - 5(-8) + 14 = -64 + 40 + 14 = -10$	$\ominus$
0	$-0^2 - 5.0 + 14 = 14$	$\oplus$
3	$-3^2 - 5.3 + 14 = -9 - 15 + 14 = -10$	$\ominus$

Solución

$x \in (-\infty, -7) \cup (2, +\infty)$

5) $\begin{cases} \frac{x+13}{6} - \frac{39-2x}{18} \leq 2 \\ \frac{5-3x}{4} > 2 \end{cases}$

1ª) $\frac{3(x+13)-(39-2x)}{18} \leq 2$

$3x + 39 - 39 + 2x \leq 36$

$5x \leq 36$

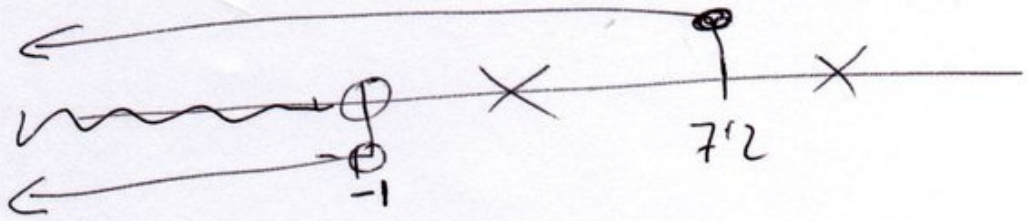
$x \leq \frac{36}{5} = 7'2$

2ª) $\frac{5-3x}{4} > 2$

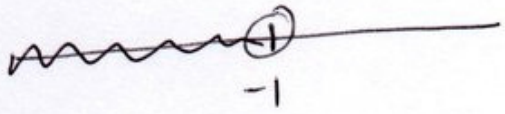
$5 - 3x > 8$

$-3x > 3$

$x < -1$



Solución



$x < -1$

$x \in (-\infty, -1)$

Si al triple de cierto número le sumas 10 se obtiene al menos su cuadrado. ¿Qué puedes decir de ese número? ¿Y si el número fuera natural?

6) número x

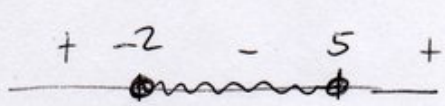
$3x + 10 \geq x^2$

$-x^2 + 3x + 10 \geq 0$

$x^2 - 3x - 10 \leq 0$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} 5 \\ -2 \end{cases}$



Solución

$x \in [-2, 5]$

Si x fuera natural, sus valores serían $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.