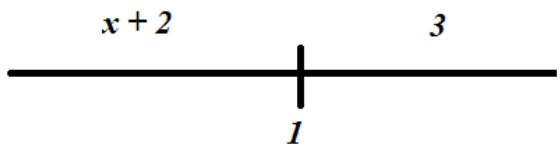
Lunes, 11 de mayo

Pág. 295, 3

¿continuidad en x = 1?

$$a)\ f(x) = \begin{cases} x+2\ , & x<1 \\ 3\ \ \ , & x>1 \end{cases}$$



$$1)\ \lim_{x\to 1} f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} (x+2) = 3 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} (3) = 3 \end{array} \right\} = 3$$

$$2)\ f(1) = no\ \exists$$

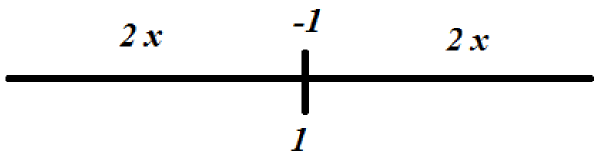
Por tanto, f(x) no es continua en x = 1. Como existe el límite, en x = 1 tiene una discontinuidad evitable.

$$b)\ f(x) = \begin{cases} 2x\ , & x\neq 1 \\ -1\ \ , & x=1 \end{cases}$$

$$1)\ \lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} (2x) = 2 \qquad Sí$$

$$2)\ f(1) = -1 \qquad Sí$$

$$3)\ \lim_{x\to 1} f(x) \neq f(1) \qquad No$$



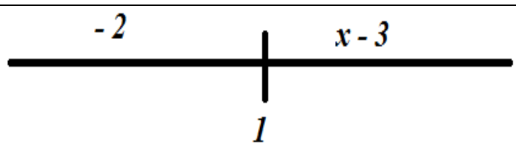
Por tanto, f(x) no es continua en x = 1. Como existe el límite, en x = 1 tiene una discontinuidad evitable.

$$c)\ f(x) = \begin{cases} -2\ , & x<1 \\ x-3\ \ , & x\geq 1 \end{cases}$$

$$1)\ \lim_{x\to 1} f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} (-2) = -2 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} (x-3) = 1-3 = -2 \end{array} \right\} = -2 \qquad Sí$$

$$2)\ f(1) = 1-3 = -2 \qquad Sí$$

$$3)\ \lim_{x\to 1} f(x) = f(1) \qquad Sí$$



Por tanto, f(x) es continua en x = 1.

$d) f(x)=\frac{1}{x-1}$

$1) \underset{x\to 1}{Lím}\, f(x)=\underset{x\to 1}{Lím}\left(\frac{1}{x-1}\right)=\frac{1}{0}=\infty \quad No$

Por tanto, f(x) no es continua en x = 1. Como el límite es ∞, en x = 1 tiene una discontinuidad de salto infinito.

CONTINUIDAD DE FUNCIONES.

Una función es continua en un intervalo cuando lo es en cada uno de los valores del intervalo.

Una función es continua en $\Re$ cuando es continua para cualquier número real.

Si una función tiene una única definición, por ejemplo, $y=2x^2-3x+5$ es continua en su dominio.

Si una función está definida a trozos hay que estudiar su continuidad en cada trozo y en los valores de cambio de definición.

Estudiar la continuidad de una función es decir donde es continua y en donde sea discontinua clasificar la discontinuidad.

Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

Pág. 295, 4

$a) \quad y=\sqrt{x^2+2}$

$x^2+2\geq 0; \quad x^2+2=0; \quad x^2=-2$ sin *soluciones* $\quad \rightarrow \quad Dom\ y=\Re$

y *es continua en* $\Re$

$b) \quad y=\frac{2}{x^4+3x^3}$

$$x^4+3x^3=0; \quad x^3(x+3)=0\left\langle \begin{array}{l} x^3=0 \quad \rightarrow \quad x=0 \\ x+3=0 \quad \rightarrow \quad x=-3 \end{array}\right.$$

$Dom\ y=\Re-\{-3,0\}$

Por tanto, y es continua en $\Re \sim \{-3, 0\}$

Estudiemos la discontinuidad en x = -3 y en x = 0

$x=-3$

$\underset{x\to -3}{Lím}\frac{2}{x^4+3x^3}=\frac{2}{(-3)^4+3(-3)^3}=\frac{2}{0}=\infty$, en x = -3 hay una discontinuidad de salto infinito.

$x = 0$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2}{x^4 + 3x^3} = \dfrac{2}{0^4 + 3 \cdot 0^3} = \dfrac{2}{0} = \infty$, en x = 0 hay una discontinuidad de salto infinito.

Finalmente, y es continua en $\Re \sim \{-3, 0\}$ y en x = -3 y x = 0 hay una discontinuidad de salto infinito.

$c) \quad y = \sqrt{5 - 2x}$

$5 - 2x \geq 0; \quad 5 \geq 2x; \quad x \leq \dfrac{5}{2} \quad \rightarrow \quad Dom\ y = \left(-\infty, \dfrac{5}{2}\right]$

$y \text{ es continua en } \left(-\infty, \dfrac{5}{2}\right]$

$d) \quad y = Ln\,(x + 4)$

$x + 4 > 0; \quad x > -4 \quad \rightarrow \quad Dom\ y = (-4, +\infty)$

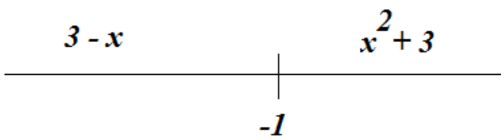
$y \text{ es continua en } (-4, +\infty)$

$e) \quad y = 2^{3-x} \quad \rightarrow \quad Dom\ y = \Re \quad \rightarrow \quad y \text{ es continua en } \Re$

$f) \quad y = |x - 5| \quad \rightarrow \quad Dom\ y = \Re \quad \rightarrow \quad y \text{ es continua en } \Re$

Pág. 295, 9 a b c e

Estudiar la continuidad de estas funciones.

$a)\, f(x) = \begin{cases} 3 - x\,, & x < -1 \\ x^2 + 3\,, & x \geq -1 \end{cases}$ $1)\, \lim\limits_{x \to -1} f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} (3 - x) = 4 \\ \lim\limits_{x \to -1^+} (x^2 + 3) = 4 \end{array} \right\} = 4 \quad Sí$ $2)\, f(-1) = (-1)^2 + 3 = 4 \qquad Sí$ $3)\, \lim\limits_{x \to -1} f(x) = f(-1) \qquad Sí$	 Para x < -1, f(x) = 3 – x, es un polinomio y es continua Para x > -1, f(x) = x^2 + 3, es un polinomio y es continua. El problema para continuidad está en el cambio de definición, x = -1. El estudio de la derecha nos dice que f(x) es continua en x = -1 f(x) es continua en $\Re$.