Pág. 379,
6)

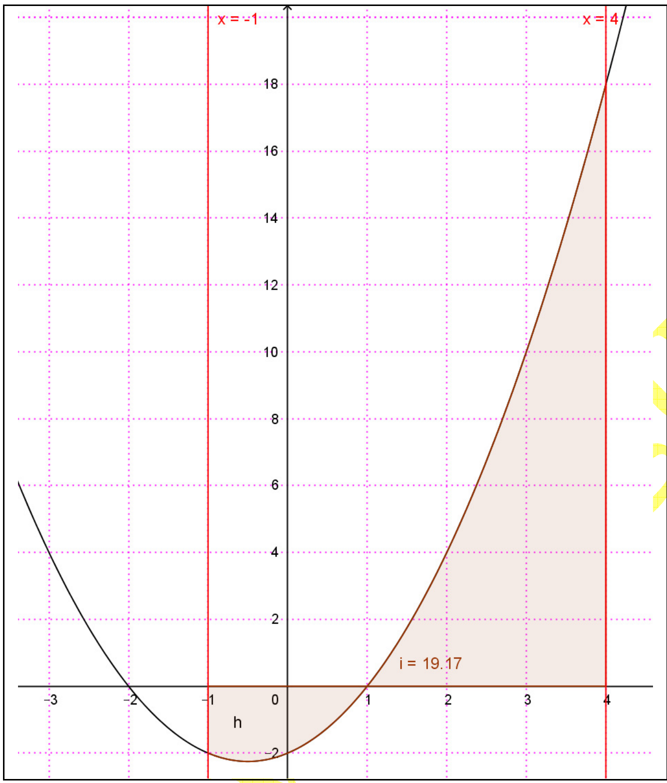
$$a)\ \int_{-1}^{4}\left(x^2+x-2\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{-1}^{4}=\left(\frac{4^3}{3}+\frac{4^2}{2}-2\cdot 4\right)-\left(\frac{(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}-2(-1)\right)=$$

$$=\frac{64}{3}-\frac{13}{6}=\frac{115}{6}$$

$$b)\ Dibujemos\quad y=x^2+x-2$$

$$x=0\quad y=-2$$

$$y=0\quad x^2+x-2=0,\quad x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}=\frac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases}1\\-2\end{cases}$$



Cálculo del área

$$\int_{-1}^{1}\left(x^2+x-2\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{-1}^{1}=$$

$$=\left(\frac{1^3}{3}+\frac{1^2}{2}-2\cdot 1\right)-\left(\frac{(-1)^3}{3}+\frac{(-1)^2}{2}-2(-1)\right)=$$

$$=\frac{-7}{6}-\frac{13}{6}=\frac{-20}{6}$$

$$\int_{1}^{4}\left(x^2+x-2\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{1}^{4}=$$

$$=\left(\frac{4^3}{3}+\frac{4^2}{2}-2\cdot 4\right)-\left(\frac{(1)^3}{3}+\frac{(1)^2}{2}-2(1)\right)=$$

$$=\frac{64}{3}-\frac{-7}{6}=\frac{45}{2}$$

$$Área=\frac{20}{6}+\frac{45}{2}=\frac{155}{6}\,u^2\cong 25'8333\,u^2$$

11)

$$y=\frac{x}{x^2-2},\quad x=2,\quad x=3,\quad y=0$$

$$x^2-2=0;\quad x^2=2;\quad x=\pm\sqrt{2}\quad Domy=\Re-\left\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\right\}$$

$$x=0,\quad y=\frac{0}{-2}=0$$

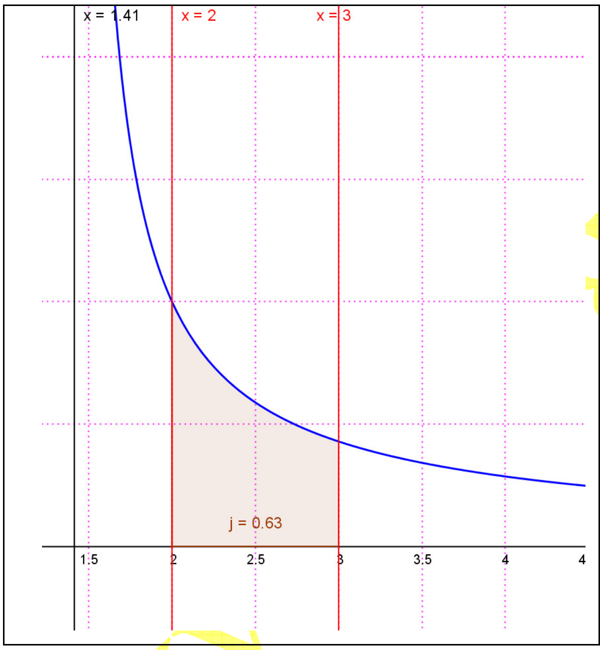
$$y=0,\quad \frac{x}{x^2-2}=0,\quad x=0\qquad Pto\quad corte\quad (0{,}0)$$

$$x=\sqrt{2}\quad ¿es\ a.v.?\ Sí$$

$$\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{x}{x^2-2}=\frac{\sqrt{2}}{0}=\infty\begin{cases}\lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^-}\frac{x}{x^2-2}=\frac{+}{-}\infty=-\infty\\ \lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+}\frac{x}{x^2-2}=\frac{+}{+}\infty=+\infty\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2-2}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0\quad\to\quad y=0\quad a.h.$$

$$x=1000,\quad y=\frac{1000}{1000^2-2}=0{'}000\ldots$$



$$\int_2^3\frac{x}{x^2-2}dx=\left[\frac{1}{2}Ln\left|x^2-2\right|\right]_2^3=(*)$$

$$\int\frac{x}{x^2-2}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x}{x^2-2}dx=\frac{1}{2}Ln\left|x^2-2\right|$$

$$(*)=\left(\frac{1}{2}Ln\left|3^2-2\right|\right)-\left(\frac{1}{2}Ln\left|2^2-2\right|\right)=0{'}6264$$

$$Área=0{'}6264\ u^2$$

Área limitada entre dos funciones.
Buscar los puntos de corte entre las dos funciones.
El área la obtendríamos calculando la integral definida entre los valores de x obtenidos y como integrando la resta de la función que está por encima con la de debajo.

Área entre $y = x+2$ e $y = x^2 + x - 2$
1º) Puntos de corte entre las funciones

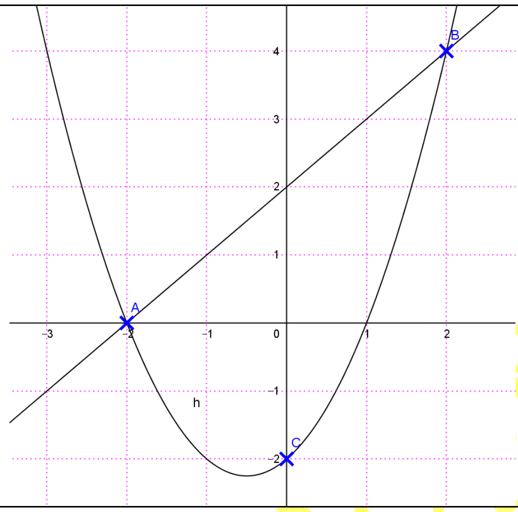
$$x+2 = x^2 + x - 2; \quad x^2 + x - 2 - x - 2 = 0; \quad x^2 - 4 = 0; \quad x = \pm 2$$

2º) Representación gráfica aproximada.

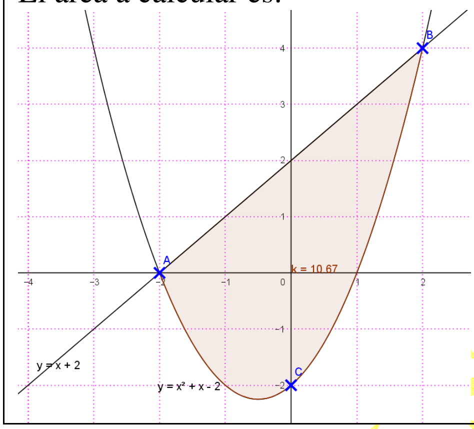
$x = -2 \quad y = -2 + 2 = 0$

$x = 2 \quad y = 2 + 2 = 4$

$x = 0 \quad y = 0^2 + 0 - 2 = -2$



El área a calcular es:



$$\int_{-2}^{2} \left[(x+2) - (x^2 + x - 2)\right] dx = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\, dx = \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} =$$

$$= \left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) - \left(4(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right) = \frac{16}{3} - \left(-\frac{16}{3}\right) = \frac{32}{3}$$

El área pedida es de $\frac{32}{3} u^2$.