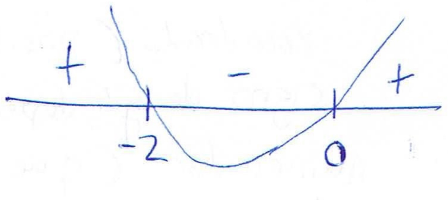
Pág 314

1a) $y=\sqrt{x^2+2x}$

a) $\text{Dom } y = (-\infty,-2] \cup [0,+\infty)$

$x^2+2x \geq 0$

$x^2+2x=0 \rightarrow x(x+2)=0 \begin{cases} x=0 \\ x+2=0 \rightarrow x=-2 \end{cases}$



b) Puntos de corte con ejes coordenados

$x=0 \rightarrow y=\sqrt{0^2+2.0}=0 \rightarrow (0,0)$

$y=0 \rightarrow \sqrt{x^2+2x}=0 \rightarrow x^2+2x=0 \begin{cases} x=0 \rightarrow (0,0) \\ x=-2 \rightarrow (-2,0) \end{cases}$ y pertenecen al Dom y

Comprobación

$x=0 \rightarrow \sqrt{0^2+2.0}=0$ si

$x=-2 \rightarrow \sqrt{(-2)^2+2(-2)}=0$ si

c)

Las posibles verticales serían $x=-2$, $\lim\limits_{x\to -2}\sqrt{x^2+2x}=0$ No hay a.v

$x=0$, $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x^2+2x}=0$ No " "

Para la horizontal

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+2x}=+\infty$ y $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+2x}=+\infty \rightarrow$ no hay a.h

tenemos las ramas parabólicas.

Oblicua.

$$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)\overset{\text{L'Hôp}}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x}}}{1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x}}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$$ y

seguiríamos igual, sin resolver el límite.

Lo vemos de otra forma

$$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$$

El cálculo de este límite tiene una serie de dificultades debido a que $\sqrt{x^2}$ no es x sino $|x|$, por tanto en $+\infty$ $\sqrt{x^2}=x$ pero en $-\infty$ $\sqrt{x^2}=-x$.

Continuemos,

$$n=\lim_{x\to+\infty}\left(\underbrace{\sqrt{x^2+2x}-1.x}_{a}\right)=(\infty-\infty)\overset{(b)}{=}$$

multiplicamos y dividimos por el conjugado

$$(a)=\frac{(\sqrt{x^2+2x}-x)(\sqrt{x^2+2x}+x)}{\sqrt{x^2+2x}+x}=\frac{x^2+2x-x^2}{\sqrt{x^2+2x}+x}=\frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x}$$

$$(b)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)\overset{\text{divid. núm y den por } x}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x}+\frac{x}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1}=1$$

Por tanto en $+\infty$ la a.o. es $y=x+1$

En $-\infty$ $\quad m=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{x}=-1$

$$n=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-(-1)x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}+x\right)=(\infty-\infty)=$$

procediendo como antes, llegaríamos a

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}-x}=\left\{\begin{array}{l}\text{ahora hay que dividir}\\ \text{num y den por } -x\end{array}\right\}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{2x}{-x}}{\frac{\sqrt{x^2+2x}}{-x}-\frac{x}{-x}}=$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2}{\sqrt{\frac{x^2}{(-x)^2}+\frac{2x}{(x)^2}}+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2}{\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1}=\frac{-2}{2}=-1$$

luego en $-\infty$ la a.o. es $y=-x-1$.

d) $y' = \dfrac{2x+2}{\sqrt{x^2+2x}}$

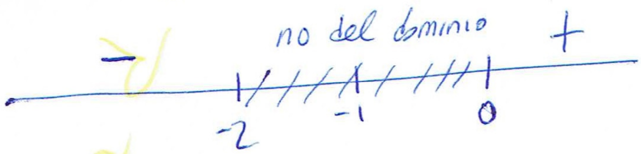
$$y'' = \frac{2\cdot\sqrt{x^2+2x} - (2x+2)\dfrac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x}}}{\left(\sqrt{x^2+2x}\right)^2} \quad \{\text{complicada}\}$$

e) Monotonía

Signo de y'

$2x+2=0 \rightarrow 2x=-2 \rightarrow x=-1$

$\sqrt{x^2+2x}=0 \rightarrow x^2+2x=0 \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$

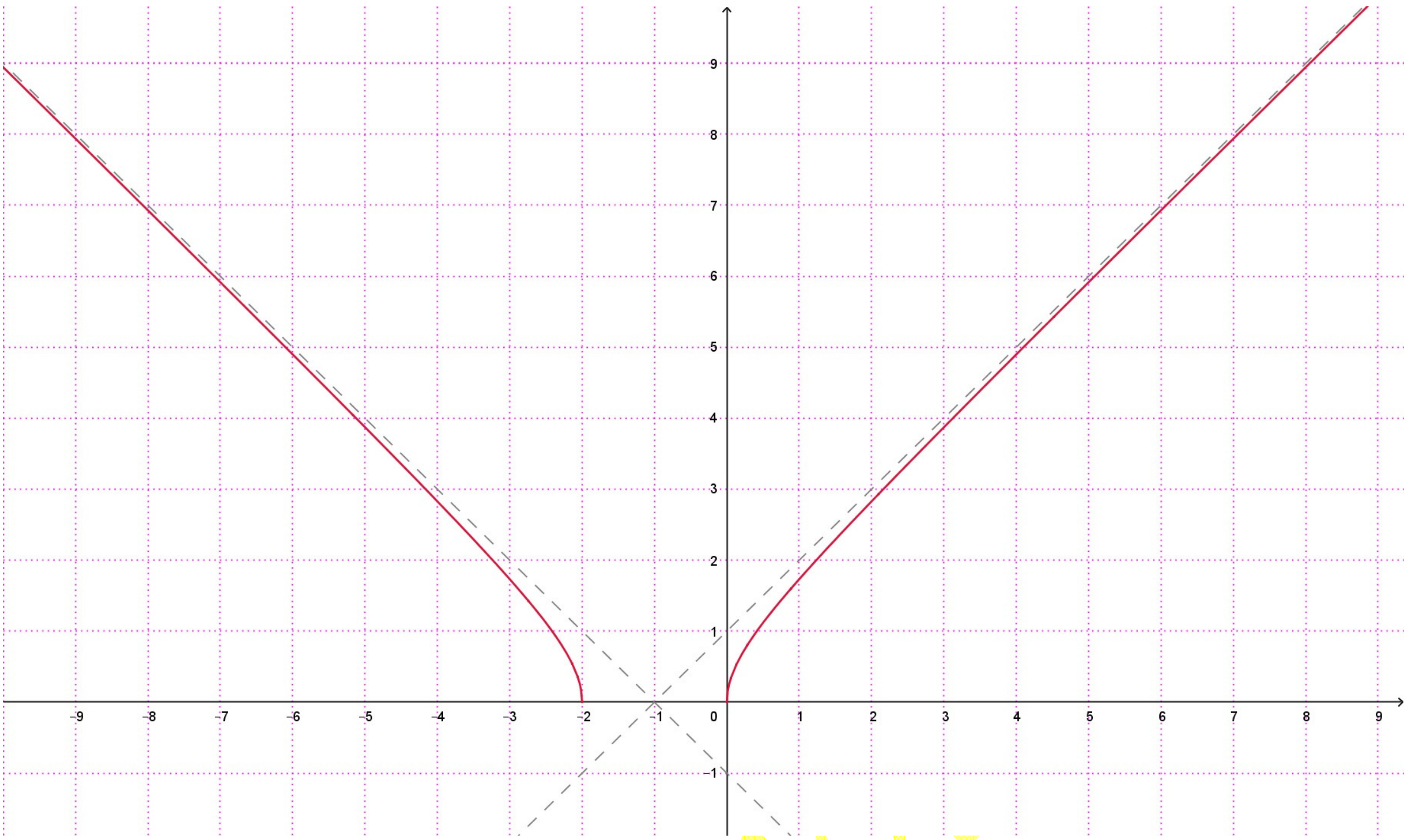


$x=-3 \rightarrow y' = \dfrac{2(-3)+2}{\sqrt{(-3)^2+2.(-3}} = -$

$x=1 \rightarrow y' = \dfrac{2.1+2}{\sqrt{1^2+2.1}} = +$

$\rightarrow$ Creciente en $(0,+\infty)$ y decreciente en $(-\infty,0)$

No hay ni máximos ni mínimos


9
8
7
6
5
4
3
2
1
-1
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9