1c) $y = \ln(x^2+4)$

a) Dom $y = \mathbb{R}$

$x^2+4>0$

algo al cuadrado más cuatro siempre es positivo

b) Puntos de corte con ejes

$x=0 \to y=\ln 4 \to (0, \ln 4) \simeq (0, 1'39)$

$y=0 \to \ln(x^2+4)=0 \to x^2+4=1 \to x^2=-3$ Sin sol. No corta al eje OX

c) Asíntotas no hay

- Como el dominio es $\mathbb{R}$, no hay asíntotas verticales
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2+4) = +\infty$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(x^2+4) = +\infty$

  no hay asíntotas horizontales ; tenemos las ramas parabólicas.

- oblicua

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x^2+4)}{x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) \overset{\text{L'Hôp}}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{2x}{x^2+4}}{1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{x^2+4} = 0 \text{ No hay}$$

d) $y' = \dfrac{2x}{x^2+4}$

$$y'' = \frac{2(x^2+4)-2x\cdot 2x}{(x^2+4)^2} = \frac{2x^2+8-4x^2}{(x^2+4)^2} = \frac{8-2x^2}{(x^2+4)^2}$$

e) Monotonía

signo de y'

$2x=0 \to x=0$

$x^2+4=0 \to$ sin soluciones

Según vimos en a) el denominador (x^2+4) es siempre positivo, luego el signo de y' depende de x (num)

$-$ $\quad$ $+$

0

Mínimo

Decreciente $(-\infty, 0)$

Creciente $(0, +\infty)$

Mínimo $(0, \ln 4)$

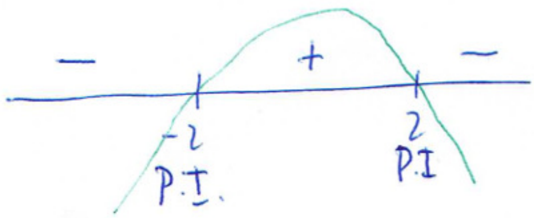
f) Curvatura

Signo de y''

$8-2x^2=0 \rightarrow 8=2x^2 \rightarrow 4=x^2 \rightarrow x=\pm 2$

$(x^2+4)^2=0 \rightarrow x^2+4=0$ sin sol

Como en monotonía, el signo de y'' depende del numerador que es parábola $\cap$



Cóncava $(-2,2)$ $\cup$

Convexa $(-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$ $\cap$

$x=-2 \rightarrow y=\ln((-2)^2+4)=\ln 8 \simeq 2'08$

$x=2 \rightarrow y=\ln(2^2+4)=\ln 8$

Puntos de inflexión

$(-2, \ln 8) \simeq (-2, 2'08)$

$(2, \ln 8) \simeq (2, 2'08)$