1.h) $y = x^3 \cdot e^x$

a) Dom $y = \mathbb{R}$

b) Puntos de corte con ejes $(0,0)$

$x = 0 \rightarrow y = 0^3 \cdot e^0 = 0 \rightarrow (0,0)$

$y = 0 \rightarrow x^3 \cdot e^x = 0 \left\langle \begin{array}{l} e^x = 0 \text{ sin sol} \\ x^3 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,0) \end{array} \right.$

c) Asíntotas

a. vertical, no hay ya que su dominio es $\mathbb{R}$

a horizontal

$\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = (-\infty \cdot 0) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3}{e^{-x}} = \left(\dfrac{\infty}{\infty}\right) =$

$= \{$ como e^{-x} es infinito de orden superior a $x^3 \} = 0.$

Pero $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^3 \cdot e^x) = (+\infty) \cdot (+\infty) = +\infty$ (rama parabólica)

Luego $y = 0$ es a.h. en $-\infty$.

En $-\infty$, $x = -1000$, $(-1000)^3 \cdot e^{-1000} = 0$

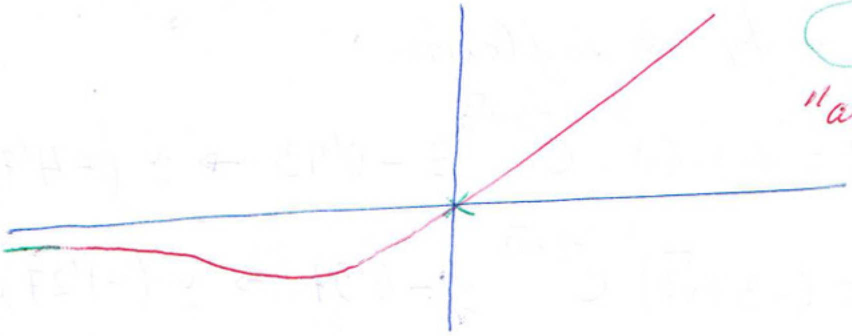
$x = -100$, $(-100)^3 e^{-100} = -3'72 \cdot 10^{-38} < 0$

a. oblicua

$m = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 \cdot e^x}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 e^x$ es un límite similar al calculado anteriormente

Luego no habría a. oblicua.

Con la poca información (punto $(0,0)$, sin a.v, sin a.o y a.h en $-\infty$) la representación "grosso modo" sería



"algo así"

d) $y' = 3x^2 e^x + x^3 e^x = (x^3 + 3x^2)\, e^x$

$y'' = (3x^2 + 6x)\, e^x + (x^3 + 3x^2)\, e^x = (x^3 + 6x^2 + 6x)\, e^x$

e) Monotonía

Signo de y'. Como y' es un producto buscamos las raíces de cada factor

$x^3 + 3x^2 = 0 \rightarrow x^2 (x+3) = 0 \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x+3=0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$

$e^x = 0$ sin solución.

x	$y' = (x^3 + 3x^2)\, e^x$
-4	$[(-4)^3 + 3(-4)^2] \cdot e^{-4} = -$
-1	$[(-1)^3 + 3(-1)^2]\, e^{-1} = +$
1	$(1^3 + 3 \cdot 1^2)\, e^1 = +$

$-$ | -3 | $+$ | 0 | $+$

Min

Decreciente $(-\infty, -3)$

Creciente $(-3, 0) \cup (0, +\infty)$

$x = -3 \rightarrow y = (-3)^3 \cdot e^{-3} = \frac{-27}{e^3} \simeq -1'34$

Mínimo $\simeq (-3, -1'34)$

f) Curvatura

Signo de y''. Como es similar a y', vemos las raíces del polinomio

$x^3 + 6x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(x^2 + 6x + 6) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 6x + 6 = 0 \end{cases}$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -3 \pm \sqrt{3} \begin{cases} -3 + \sqrt{3} \simeq -1'27 \\ -3 - \sqrt{3} \simeq -4'73 \end{cases}$

$-$ | $-4'73$ | $+$ | $-1'27$ | $-$ | 0 | $+$

$-3-\sqrt{3}$ P.Inf · $-3+\sqrt{3}$ P.I

Convexa $(-\infty, -3-\sqrt{3}) \cup (-3+\sqrt{3}, 0)$ $\cap$

Cóncava $(-3-\sqrt{3}, -3+\sqrt{3}) \cup (0, +\infty)$ $\cup$

Calculemos los puntos de inflexión:

$x = -3-\sqrt{3} \rightarrow y = (-3-\sqrt{3})^3 \cdot e^{-3-\sqrt{3}} \cong -0'93 \rightarrow \simeq (-4'73, -0'93)$

$x = -3+\sqrt{3} \rightarrow y = (-3+\sqrt{3})^3 e^{-3+\sqrt{3}} \simeq -0'57 \rightarrow \simeq (-1'27, -0'57)$

Por tanto, la representación gráfica sería: