14/ Máximos - mínimos

a) $y = x + \dfrac{4}{(x-1)^2}$ $(x-1)^2 = 0 \rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow$

$\rightarrow \text{Dom } y = \mathbb{R} \sim \{1\}$

$$y' = 1 + \frac{0 \cdot (x-1)^2 - 4 \cdot 2(x-1)}{((x-1)^2)^2} = 1 + \frac{-8\cancel{(x-1)}}{(x-1)^{\cancel{4}\,3}} =$$

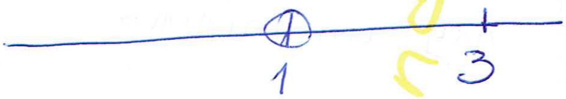
$$= 1 - \frac{8}{(x-1)^3} = \frac{(x-1)^3 - 8}{(x-1)^3}$$

Signo de y'

nume $\rightarrow (x-1)^3 - 8 = 0 \rightarrow (x-1)^3 = 8 \rightarrow x-1 = \sqrt[3]{8} \rightarrow x-1=2 \rightarrow x=3$

denom $\rightarrow (x-1)^3 = 0 \rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1$

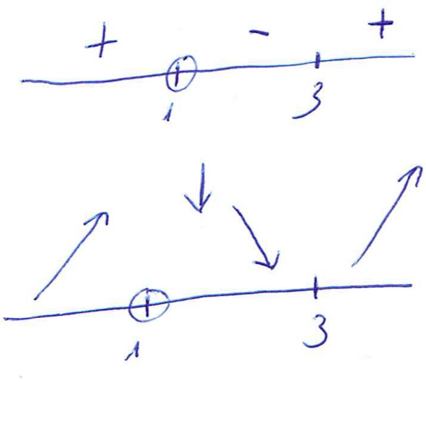
Debemos estudiar el signo de y' en los intervalos



Como y' no es una expresión sencilla, usamos una tabla de valores

x	$y' = 1 - \frac{8}{(x-1)^3}$
0	$1 - \frac{8}{(-1)^3} = 1 - \frac{8}{-1} = 9 > 0$
2	$1 - \frac{8}{(2-1)^3} = 1 - \frac{8}{1^3} = -7 < 0$
4	$1 - \frac{8}{(4-1)^3} = 1 - \frac{8}{3^3} = \frac{19}{27} > 0$

$\rightarrow$



Para $x=3 \rightarrow y = 3 + \dfrac{4}{(3-1)^2} = 4$

La función tiene un mínimo en $(3,4)$

b) $y = x \ln x$

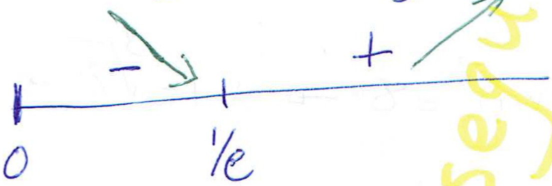
$\text{Dom } y = (0, +\infty)$ {para que $\exists \ln x$}

$y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$

$y' = 0$

$\ln x + 1 = 0 \rightarrow \ln x = -1 \rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e} \simeq 0'368$

Estudiemos el signo de y' en:



x	$y' = \ln x + 1$
$0'1$	$\ln 0'1 + 1 = -1'3 < 0$
1	$\ln 1 + 1 = 1 > 0$

Luego en $x = \frac{1}{e}$ hay un mínimo

$x = \frac{1}{e} \rightarrow y = \frac{1}{e} \ln \frac{1}{e} = \frac{-1}{e} \Rightarrow$ Mínimo $\left(\frac{1}{e}, \frac{-1}{e}\right)$