15/ $g(x) = \begin{cases} x^2+7x-4, & x<2 \\ 2x^2+3x, & x\geq 2 \end{cases}$

a) ¿Es derivable en $\mathbb{R}$?

x^2+7x-4 | $2x^2+3x$ (at $x=2$)

polinomio derivable | 2 | polinomio derivable

A la izquierda y derecha de $x=2$ $g(x)$ es un polinomio, luego derivable

El problema para derivabilidad está en $x=2$

$g'(x) = \begin{cases} 2x+7, & x<2 \\ 4x+3, & x>2 \end{cases} \hookrightarrow g'(2) = \begin{cases} g'(2^-) = 2\cdot 2+7 = 11 \\ g'(2^+) = 4\cdot 2+3 = 11 \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow g'(2) = 11$, luego $g(x)$ es derivable en $x=2$

Por tanto, $g(x)$ es derivable en $\mathbb{R}$

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento (Monotonía)

$g'(x) = \begin{cases} 2x+7, & x<2 \\ 4x+3, & x\geq 2 \end{cases}$ estudiemos el signo de $g'(x)$

En $x<2$, $2x+7>0 \rightarrow 2x>-7 \rightarrow x > \frac{-7}{2} = -3'5$

$-$ | $-3'5$ | $+$ | 2

En, $x\geq 2$, $4x+3>0 \rightarrow 4x>-3 \rightarrow x > \frac{-3}{4}$

$-3/4$ | 2 | $+$

$\rightarrow$ signo de $g'(x)$ = $-$ | $-3'5$ | $+$ | 2 | $+$

$g(x)$ es creciente en $(-3'5, 2) \cup (2, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -3'5)$

signo.

De lo obtenido anteriormente

$\searrow \; - \quad | \quad + \; \nearrow \quad | \quad + \; \searrow$
$\qquad\; -3'5 \qquad\qquad 2$

$g(x)$ tiene un mínimo en $x=-3'5$

Para $x=-3'5 \Rightarrow g(-3'5)=(-3'5)^2+7(-3'5)-4=-16'25$

$g(x)$ tiene un mínimo en $(-3'5,-16'25)$ y no tiene máximos

16/ $f(x)=x\,|x|=\begin{cases} x\cdot(-x), & x\leq 0 \\ x\cdot x, & x>0 \end{cases}=\begin{cases} -x^2, & x\leq 0 \\ x^2, & x>0 \end{cases}$

$f(x) \equiv$ $\underset{\text{pol in deriv}}{-x^2} \;|_{0}\; \underset{\text{pol der}}{x^2}$, debemos comprobar que sea derivable

en $x=0 \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} -2x, & x<0 \\ 2x, & x>0 \end{cases}$. $f'(0)=\begin{cases} f'(0^-)=-2\cdot 0=0 \\ f'(0^+)=2\cdot 0=0 \end{cases} \overset{\shortparallel}{\rightarrow}$

$\rightarrow f'(0)=0$. Luego $f(x)$ es derivable en $\mathbb{R}$.

$f'(x)=\begin{cases} -2x, & x\leq 0 \\ 2x, & x>0 \end{cases}$

<u>Montonía</u>

En $x\leq 0$, $-2x>0 \rightarrow x<0$
En $x>0$, $2x>0 \rightarrow x>0$ $\Rightarrow$ signo de f': $+ \;|_{0}\; +$

Luego $f(x)$ es creciente en $\mathbb{R}\sim\{0\}$. Por tanto no tiene ni máximos ni mínimos.

<u>Curvatura</u> (concavidad / convexidad) signo de f''

$f''(x)=\begin{cases} -2, & x<0 \\ 2, & x>0 \end{cases} \Rightarrow$ $\frown \; - \;|_{0}\; + \; \smile$

Convexa en $(-\infty,0)$
Cóncava en $(0,+\infty)$