Ejercicio nº 1.-

En un sorteo que se realiza diariamente de lunes a viernes, la probabilidad de ganar es 0,1. Vamos a jugar los cinco días de la semana y estamos interesados en saber cuál es la probabilidad de ganar 0, 1, 2, 3, 4 ó 5 días.

a) Haz una tabla con las probabilidades.

b) Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

a) Cada día que jugamos es independiente del anterior, por lo que cada día que jugamos estamos repitiendo el mismo experimento.

Considerando la variable aleatoria X = número de días que ganamos al jugar cinco días

X es una binomial de parámetros n = 5 y p = 0´1. X = B(5 , 0´1).

Por lo tanto q = 1 – 0´1 = 0´9

Luego:

$$p(X=0)=\binom{5}{0}0'1^0\ 0'9^5=0'59049$$

$$p(X=1)=\binom{5}{1}0'1^1\ 0'9^4=0'32805$$

$$p(X=2)=\binom{5}{2}0'1^2\ 0'9^3=0'0729$$

$$p(X=3)=\binom{5}{3}0'1^3\ 0'9^2=0'0081$$

$$p(X=4)=\binom{5}{4}0'1^4\ 0'9^1=0'00045$$

$$p(X=5)=\binom{5}{5}0'1^5\ 0'9^0=0'00001$$

x_i	p_i	$x_i\ p_i$	$x_i^2\ p_i$
0	0'59049	0	0
1	0'32805	0'32805	0'32805
2	0'07290	0'1458	0'2916
3	0'00810	0'0243	0'0729
4	0'00045	0'0018	0'0072
5	0,00001	0'00005	0'00025
	1	0'5	0'7

b) $\mu=\Sigma\, p_i x_i=0{,}5 \quad\rightarrow\quad \mu=0{,}5$

$$\sigma=\sqrt{\Sigma\, p_i x_i^2-\mu^2}=\sqrt{0{,}7-0{,}25}=\sqrt{0{,}45}=0{,}67 \quad\rightarrow\quad \sigma=0{,}67$$

Ejercicio nº 2.-

En cada una de las siguientes situaciones, explica si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de n y p:

a) Se ha comprobado que una determinada vacuna produce reacción alérgica en dos de cada mil individuos. Se ha vacunado a 500 personas y nos interesamos por el número de reacciones alérgicas.

b) El 35% de una población de 2000 individuos tiene el cabello rubio. Elegimos a diez personas al azar y estamos interesados en saber cuántas personas rubias hay.

Solución:

a) La experiencia consiste en vacunar una persona y comprobar si se produce reacción alérgica o no. Es una experiencia dicotómica. Y repetimos esta experiencia 500 veces.

Por lo tanto la variable X = nº de reacciones alérgicas al vacunar a 500 personas es binomial.

p= P (vacuna produce reacción alérgica) $=\dfrac{2}{1000}=0'002$

Luego X = B (500 , 0´002)

b) La experiencia consiste en elegir una persona y comprobar si tiene el cabello rubio o no. Es una experiencia dicotómica. Y repetimos esta experiencia 10 veces.

Por lo tanto la variable X = nº de personas rubias entre 2000 es binomial.

p= P (persona sea rubia) $=\dfrac{35}{100}=0'35$

Luego X = B (10 , 0´35)

Ejercicio nº 3.-

Se sabe que el 30% de la población de una determinada ciudad ve un concurso que hay en televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas de esa ciudad elegidas al azar. Calcula la probabilidad de que, entre esas 10 personas, estuvieran viendo el programa:

a) Más de 8.

b) Alguna de las 10.

Halla la media y la desviación típica.

Solución:

Si llamamos x = "número de personas de entre esas 10 que están viendo el programa", se trata de una distribución binomial con n = 10, p = 0,3 → x = B (10; 0,3). (q = 1 – p = 1 – 0´3 = 0´7)

Los valores que puede tomar x son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10

a) $p[x > 8] = p[x = 9] + p[x = 10] =$

$$= \binom{10}{9} \cdot 0,3^9 \cdot 0,7 + \binom{10}{10} \cdot 0,3^{10} = 10 \cdot 0,3^9 \cdot 0,7 + 0,3^{10} = 0,000144 \rightarrow p[x > 8] = 0,000144$$

b) $p[x > 0] = 1 - p[x = 0] = 1 - 0,7^{10} = 0,972 \rightarrow p[x > 0] = 0,972$

Hallamos la media y la desviación típica:

$$\mu = np = 10 \cdot 0,3 = 3 \quad \rightarrow \quad \mu = 3$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{10 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = \sqrt{2,1} = 1,45 \quad \rightarrow \quad \sigma = 1,45$$

Ejercicio nº 4.-

Para probar la eficacia de una vacuna, se administró a 150 grupos de 4 personas con riesgo de contagio y los resultados observados fueron los de la tabla.

CONTAGIADOS	Nº DE GRUPOS
0	30
1	60
2	45
3	10
4	5

Ajusta los datos a una distribución binomial e indica, de forma razonada, si el ajuste es bueno o no.

Solución:

Calculemos la media aritmética de los datos

CONTAGIADOS	Nº DE GRUPOS	
x_i	f_i	$x_i\ f_i$
0	30	0
1	60	60
2	45	90
3	10	30
4	5	20
	150	200

Luego $\bar{x} = \frac{200}{150} = 1'3333$

Si llamamos X = *número de personas contagiadas en un grupo de 4* $\rightarrow$ $X = B(4, p)$ *con la condición de que* $4\ p = 1'3333 \rightarrow p = \frac{1'3333}{4} = 0'3333$ *. Por lo tanto* $q = 1 - 0'3333 = 0'6667$

x_i	$p_i = p(X = x_i)$	$150 \cdot p_i$	Números teóricos	Números observados	Diferencias
0	$p(X=0) = \binom{4}{0} 0'3333^0\ 0'6667^4 = 0'1978$	29´67	30	30	0
1	$p(X=1) = \binom{4}{1} 0'3333^1\ 0'6667^3 = 0'3951$	59´265	59	60	1
2	$p(X=2) = \binom{4}{2} 0'3333^2\ 0'6667^2 = 0'2963$	44´445	44	45	1
3	$p(X=3) = \binom{4}{3} 0'3333^3\ 0'6667^1 = 0'0987$	14´805	15	10	5
4	$p(X=4) = \binom{4}{4} 0'3333^4\ 0'6667^0 = 0'0123$	1´845	2	5	3

Diremos que el ajuste es bueno cuando todas las diferencias sean menores que el 5% del número de grupos, 5% de 150 =7´5

Como todas las diferencias son menores que 7´5, el ajuste de los datos a una B (4 , 0´3333) es bueno.