Ejercicio nº 1.-

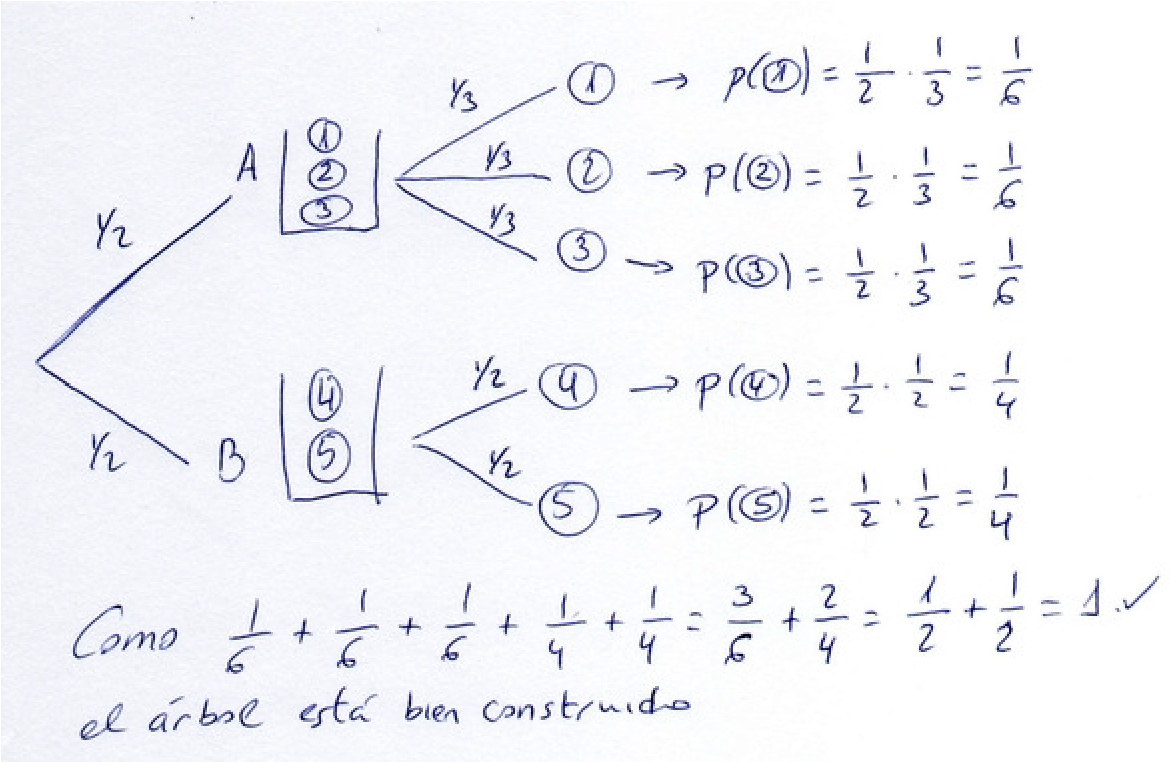
Una urna, *A*, contiene tres bolas con los números 1, 2 y 3, respectivamente. Otra urna, B, tiene dos bolas, con los números 4 y 5. Elegimos una urna al azar, extraemos una bola y miramos el número obtenido.

a) Haz una tabla con las probabilidades.

b) Calcula la media y la desviación típica.

Solución:

El enunciado dice que elegimos una urna al azar, por lo tanto la probabilidad de elegir la urna A o la B es la misma, es decir $\frac{1}{2}$. *El árbol del problema será:*



a) Los posibles valores de x_i son 1, 2, 3, 4, 5. La tabla de la distribución de probabilidad es la siguiente:

x_i	p_i	$x_i\ p_i$	$x_i^2\ p_i$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{6}$
4	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{16}{4}$
5	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{25}{4}$
	1	$\frac{13}{4}$	$\frac{151}{12}$

$$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{4}+\frac{5}{4}=\frac{6}{6}+\frac{9}{4}=1+\frac{9}{4}=\frac{13}{4}$$

$$\frac{1}{6}+\frac{4}{6}+\frac{9}{6}+\frac{16}{4}+\frac{25}{4}=\frac{14}{6}+\frac{41}{4}=\frac{7}{3}+\frac{41}{4}=\frac{28+123}{12}=\frac{151}{12}$$

b) $\mu = \sum p_i x_i = \frac{13}{4} = 3{,}25 \quad \rightarrow \quad \mu = 3{,}25$

$$\sigma = \sqrt{\sum p_i x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{\frac{151}{12} - \frac{169}{16}} = \sqrt{\frac{97}{48}} = 1{,}42 \quad \rightarrow \quad \sigma = 1{,}42$$

Ejercicio nº 2.-

Explica para cada una de estas situaciones si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de n y p:

a) El 2% de las naranjas que se empaquetan en un cierto lugar están estropeadas. Se empaquetan en bolsas de 10 naranjas cada una. Nos preguntamos por el número de naranjas estropeadas de una bolsa elegida al azar.

b) En una urna hay 2 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Sacamos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Repetimos la experiencia 10 veces y estamos interesados en saber el número de bolas blancas que hemos extraído.

Solución:

a) La experiencia consiste en coger una naranja y comprobar si está o no estropeada. Es una experiencia dicotómica. Y repetimos esta experiencia 10 veces.
Por lo tanto la variable X = nº de naranjas estropeadas en una bolsa de 10 es binomial.

p= P (naranja estropeada) $= \frac{2}{100} = 0'02$

Luego X = B (10 , 0´02)

b) La experiencia consiste en elegir una bola, ver si es blanca o no y devolverla a la urna. Es una experiencia dicotómica. Y repetimos esta experiencia 10 veces.
Por lo tanto la variable X = nº de bolas blancas en diez extracciones con devolución es binomial.

p= P (bola blanca) $= \frac{3}{7}$

Luego X = B (10 , $\frac{3}{7}$ *)*

Ejercicio nº 3.-

Lanzamos un dado siete veces y vamos anotando los resultados. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Algún tres.

b) Más de cinco treses.

Halla el número medio de treses obtenidos y la desviación típica.

Solución:

Si llamamos x = "número de treses obtenidos", se trata de una distribución binomial con $n = 7$,

$p = \frac{1}{6} \quad \rightarrow \quad B\left(7, \frac{1}{6}\right)$

a) $p[x > 0] = 1 - p[x = 0] = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^7 = 0{,}721 \rightarrow p[x > 0] = 0{,}721$

b) $p[x > 5] = p[x = 6] + p[x = 7] =$

$$= \binom{7}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot \frac{5}{6} + \binom{7}{7} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7 = 7 \cdot \frac{5}{6^7} + \frac{1}{6^7} = \frac{36}{6^7} = \frac{1}{6^5} = 0{,}000129 \rightarrow p[x > 5] = 0{,}000129$$

Hallamos la media y la desviación típica:

$\mu = np = 7 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \approx 1{,}17 \rightarrow \mu \approx 1{,}17$ es el número medio de treses obtenidos.

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{35}{36}} = 0{,}986 \rightarrow \quad \sigma = 0{,}986$

Ejercicio nº 4.-

En 1000 familias con tres hijos, hemos estudiado el número de niñas que tienen. Los resultados obtenidos han sido:

Nº de niñas	0	1	2	3
nº de familias	287	425	200	88

¿Se ajustan estos datos a una binomial?

Solución:

Calculemos la media aritmética de los datos

Nº de niñas	Nº de familias	
x_i	f_i	$x_i\, f_i$
0	287	0
1	425	425
2	200	400
3	88	264
	1000	1089

Luego $\bar{x} = \dfrac{1089}{1000} = 1'089$

Si llamamos X = *número de niñas en familias con tres hijos* $\rightarrow$ $X = B(3, p)$ *con la condición de que*

$3\ p = 1'089 \rightarrow p = \dfrac{1'089}{3} = 0'363$. *Por lo tanto* $q = 1 - 0'363 = 0'637$

x_i	$p_i = p(X = x_i)$	$1000 \cdot p_i$	Números teóricos	Números observados	Diferencias
0	$p(X=0) = \binom{3}{0} 0'363^0\ 0'637^3 = 0'2585$	258´5	259	287	28
1	$p(X=1) = \binom{3}{1} 0'363^1\ 0'637^2 = 0'4419$	441´9	442	425	17
2	$p(X=2) = \binom{3}{2} 0'363^2\ 0'637^1 = 0'2518$	251´8	252	200	52
3	$p(X=3) = \binom{3}{3} 0'363^3\ 0'637^0 = 0'0478$	47´8	48	88	40

Diremos que el ajuste es bueno cuando todas las diferencias sean menores que el 5% del número de familias, 5% de 1000 =50

Como hay una diferencia de 52 > 50, el ajuste de los datos a una B (3 , 0´363) no es bueno.