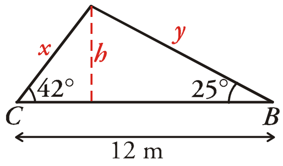
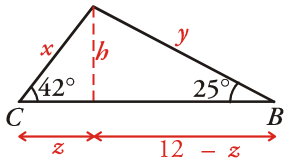
Ejercicio nº 1.-

Halla los valores de *x*, *y*, *h* en el siguiente triángulo:



Solución:

$$\left.\begin{array}{l} tg\,42^\circ = \dfrac{h}{z} \\ tg\,25^\circ = \dfrac{h}{12-z} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} z\,tg\,42^\circ = h \\ (12-z)\,tg\,25^\circ = h \end{array}\right\}$$



$$z\,tg\,42^\circ = (12-z)\,tg\,25^\circ$$

$$z\,tg\,42^\circ = 12\,tg\,25^\circ - z\,tg\,25^\circ \quad \rightarrow \quad z\,tg\,42^\circ + z\,tg\,25^\circ = 12\,tg\,25^\circ$$

$$z(tg\,42^\circ + tg\,25^\circ) = 12\,tg\,25^\circ$$

$$z = \frac{12\,tg\,25^\circ}{tg\,42^\circ + tg\,25^\circ} = 4{,}09 \text{ m}$$

$$h = z\,\mathrm{tg}\,42 = \frac{12\,\mathrm{tg}\,25^\circ\,\mathrm{tg}\,42^\circ}{\mathrm{tg}\,42^\circ + \mathrm{tg}\,25^\circ} = 3{,}69 \text{ m}$$

Por otra parte:

$$sen\,42^\circ = \frac{h}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{h}{sen\,42^\circ} = \frac{3{,}69}{sen\,42^\circ} = 5{,}51 \text{ m}$$

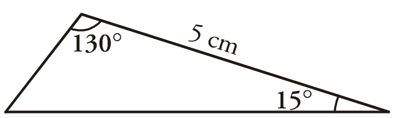
$$sen\,25^\circ = \frac{h}{y} \quad \rightarrow \quad y = \frac{h}{sen\,25^\circ} = \frac{3{,}69}{sen\,25^\circ} = 8{,}73 \text{ m}$$

Por tanto:

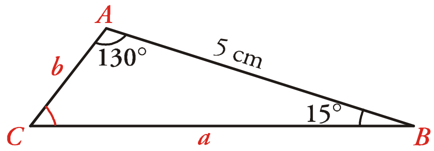
$x = 5{,}51$ m; $y = 8{,}73$ m; $h = 3{,}69$ m

Ejercicio nº 2.-

Averigua los elementos desconocidos (lados y ángulos) del siguiente triángulo:



Solución:



Como $\hat{A}+\hat{B}=145^\circ<180^\circ$, existe solución única.

Hallamos el angulo $\hat{C}$:

$$\hat{C}=180^\circ-\left(\hat{A}+\hat{B}\right)=180^\circ-145^\circ=35^\circ$$

Con el teorema de los senos hallamos a y b:

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}}=\frac{c}{sen\,\hat{C}} \quad\rightarrow\quad \frac{a}{sen130^\circ}=\frac{5}{sen35^\circ} \quad\rightarrow\quad a=\frac{5\,sen130^\circ}{sen35^\circ}=6{,}68\ \text{ cm}$$

$$\frac{b}{sen\,\hat{B}}=\frac{c}{sen\,\hat{C}} \quad\rightarrow\quad \frac{b}{sen15^\circ}=\frac{5}{sen35^\circ} \quad\rightarrow\quad b=\frac{5\,sen15^\circ}{sen35^\circ}=2{,}26\ \text{ cm}$$

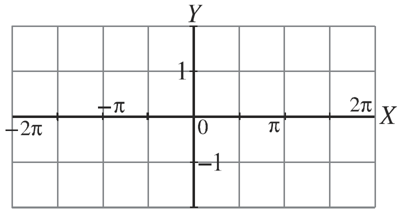
Por tanto:

$a=6{,}68\ \text{ cm};\ \hat{A}=130^\circ$
$b=2{,}26\ \text{ cm};\ \hat{B}=15^\circ$
$c=5\ \text{ cm};\ \hat{C}=35^\circ$

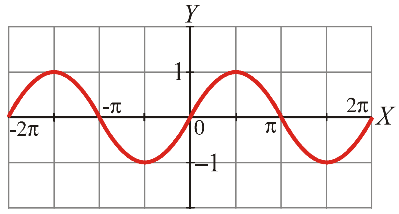
Ejercicio nº 3.-

a) Representa la siguiente función en los ejes que se dan:

$y = sen\,3x$



b) Escribe la expresión analítica correspondiente a la función cuya gráfica es:

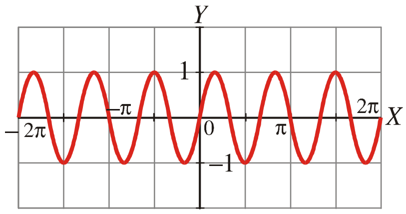


Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

x	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π
$3x$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$5\pi/2$	3π
$sen\,3x$	0	1	0	-1	0	1	1

La gráfica es:



b) La gráfica corresponde a la función $y = sen\,x$.

Ejercicio nº 4.-

Demuestra la igualdad:

$$\boldsymbol{sen(x+y)\cdot sen(x-y) = sen^2 x - sen^2 y}$$

Solución:

$$sen(x+y)\cdot sen(x+y) = (sen\,x\cos y + \cos x\,sen\,y)(sen\,x\cos y - \cos x\,sen\,y) =$$
$$= (sen\,x\cos y)^2 - (\cos x\,sen\,y)^2 = sen^2 x\cos^2 y - \cos^2 x\,sen^2 y = sen^2 x(1 - sen^2 y) - \cos^2 x\,sen^2 y =$$
$$= sen^2 x - sen^2 x\,sen^2 y - (1 - sen^2 x)sen^2 y = sen^2 x - sen^2 x\,sen^2 y - sen^2 y + sen^2 x\,sen^2 y =$$
$$= sen^2 x - sen^2 y$$

Ejercicio nº 5.-

Resuelve:

$$\boldsymbol{sen\,(x+45^\circ) + sen\,(x-45^\circ) = 1}$$

Solución:

$$sen(x+45^\circ) + sen(x-45^\circ) = 1$$
$$sen\,x\cdot\cos 45^\circ + \cos x\cdot sen 45^\circ + sen\,x\cos 45^\circ - \cos x\,sen 45^\circ = 1$$
$$2\,sen\,x\cos 45^\circ = 1$$
$$2\frac{\sqrt{2}}{2}sen\,x = 1 \quad\rightarrow\quad \sqrt{2}\,sen\,x = 1 \quad\rightarrow\quad sen\,x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\begin{cases} x = 45^\circ + 360^\circ k \\ x = 135^\circ + 360^\circ k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad \text{donde } k \in \mathbb{Z}$$

Ejercicio nº 6.-

Efectúa en forma binómica y representa gráficamente la solución:

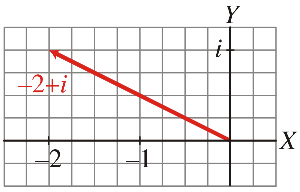
$$\frac{5i^{10}(1-i)}{3-i}$$

Solución:

$$\frac{5i^{10}(1-i)}{3-i}=\frac{5(-1)(1-i)}{3-i}=\frac{-5+5i}{3-i}=\frac{(-5+5i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}=\frac{-15-5i+15i+5i^2}{9-i^2}=\frac{-15-5i+15i-5}{9+1}=$$

$$=\frac{-20+10i}{10}=\frac{-20}{10}+\frac{10i}{10}=-2+i$$

Representación gráfica:



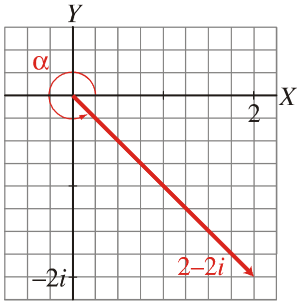
Ejercicio nº 7.-

Halla un número complejo, *z*, sabiendo que una de sus raíces quintas es $2-2i$.

Solución:

$z=(2-2i)^5$

Expresamos $2-2i$ en forma polar:



$$|2-2i|=\sqrt{2^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$

$$tg\,\alpha=\frac{-2}{2}=-1 \quad \to \quad \alpha=315^\circ \quad \text{(pues está en el 4.º cuadrante)}$$

Por tanto:

$$z=(2-2i)^5=\left(\sqrt{8}_{315^\circ}\right)^5=\left(\sqrt{2^3}_{315^\circ}\right)^5=\sqrt{2^{15}}_{1\,575^\circ}=2^7\sqrt{2}_{135^\circ}=128\sqrt{2}_{135^\circ}=$$

$$=128\sqrt{2}\left(cos135^\circ+isen135^\circ\right)=128\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-128+128i$$

Es decir:

$$z=128\sqrt{2}_{135^\circ}=-128+128i$$