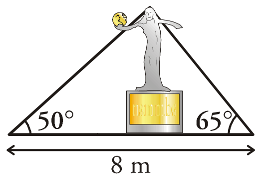
Ejercicio nº 1.-

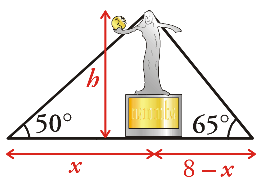
Dos amigos se encuentran situados cada uno a un lado de una estatua, como muestra la figura:



a) ¿Cuál es la altura de la estatua?

b) ¿A qué distancia de la estatua está cada uno de los amigos?

Solución:



a) $\left.\begin{array}{l} \text{tg}\,50^\circ = \dfrac{h}{x} \\ \text{tg}\,65^\circ = \dfrac{h}{8-x} \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x\,\text{tg}\,50^\circ = h \\ (8-x)\,\text{tg}\,65^\circ = h \end{array}\right\}$

$$x\,tg\,50^\circ = (8-x)\,tg\,65^\circ$$

$$x\,tg\,50^\circ = 8\,tg\,65^\circ - x\,tg\,65^\circ$$

$$x\,tg\,50^\circ + x\,tg\,65^\circ = 8\,tg\,65^\circ \quad \rightarrow \quad x\left(tg\,50^\circ + tg\,65^\circ\right) = 8\,tg\,65^\circ$$

$$x = \frac{8\,tg\,65^\circ}{tg\,50^\circ + tg\,65^\circ} = 5{,}14 \text{ m}$$

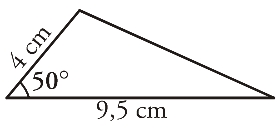
$$h = x\,tg\,50^\circ = \frac{8\,tg\,65^\circ\,tg\,50^\circ}{tg\,50^\circ + tg\,65^\circ} = 6{,}13 \text{ m}$$

a) La altura de la estatua es de 6,13 metros.

b) $x = 5{,}14$ metros
$8 - x = 8 - 5{,}14 = 2{,}86$ metros

Ejercicio nº 2.-

Resuelve este triángulo, es decir, halla sus lados y sus ángulos:



Solución:

Hallamos el lado c con el teorema del coseno:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$$
$$c^2 = 9{,}5^2 + 4^2 - 2\cdot 9{,}5\cdot 4\cdot \cos 50^\circ$$
$$c^2 = 90{,}25 + 16 - 48{,}85$$
$$c^2 = 57{,}4 \quad \rightarrow \quad c = 7{,}58 \text{ cm}$$

Como conocemos los tres lados, la solución es única.
Hallamos el ángulo $\hat{A}$:

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}} \quad \rightarrow \quad \frac{9{,}5}{sen\,\hat{A}} = \frac{7{,}58}{sen\,50^\circ} \quad \rightarrow \quad sen\,\hat{A} = \frac{9{,}5\,sen\,50^\circ}{7{,}58}$$
$$sen\,\hat{A} = 0{,}96 \quad \rightarrow \quad \hat{A} = 73^\circ\,45'24''$$

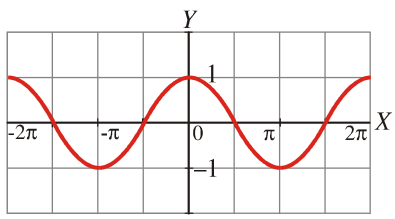
$$\hat{B} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{C}\right) = 56^\circ\,14'36''$$

Por tanto:

$$a = 9{,}5 \text{ cm};\ \hat{A} = 73^\circ\,45'24''$$
$$b = 4 \text{ cm};\ \hat{B} = 56^\circ\,14'36''$$
$$c = 7{,}58 \text{ cm};\ \hat{C} = 50^\circ$$

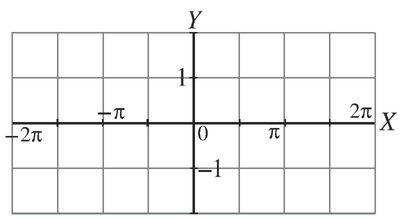
Ejercicio nº 3.-

a) Dado la siguiente gráfica, escribe la ecuación de la función correspondiente:



b) Representa la siguiente función en los ejes que se dan:

$$y = \cos 2x$$



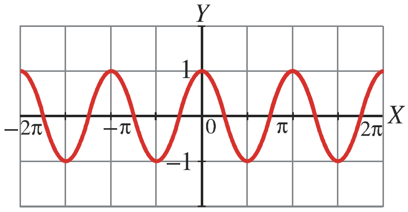
Solución:

a) La gráfica corresponde a la función $y = \cos x$.

b) Hacemos una tabla de valores:

x	$-\pi$	$-3\pi/4$	$-\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$2x$	-2π	$-3\pi/2$	$-\pi$	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1

La gráfica sería:



Ejercicio nº 4.-

Demuestra que:

$$\frac{\cos x}{1-\operatorname{sen} x}+\frac{1+\operatorname{sen} x}{\cos x}=\frac{1+\cos 2x}{\cos x-\frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x}$$

Solución:

$$\frac{\cos x}{1-\operatorname{sen} x}+\frac{1+\operatorname{sen} x}{\cos x}=\frac{\cos^2 x+(1+\operatorname{sen} x)(1-\operatorname{sen} x)}{(1-\operatorname{sen} x)\cos x}=\frac{\cos^2 x+1-\operatorname{sen}^2 x}{\cos x-\operatorname{sen} x\cos x}=$$

$$=\frac{1+\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x}{\cos x-\dfrac{2\operatorname{sen} x\cos x}{2}}=\frac{1+\cos 2x}{\cos x-\frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x}$$

Ejercicio nº 5.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\operatorname{sen} 2x+\cos x=0$$

Solución:

$$\operatorname{sen} 2x+\cos x=0$$

$$2\operatorname{sen} x\cos x+\cos x=0 \quad\rightarrow\quad \cos x(2\operatorname{sen} x+1)=0$$

$$\begin{cases}\cos x=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases}x=90^\circ+360k\\ x=270+360k\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k\\[2mm] x=\dfrac{3\pi}{2}+2\pi k\end{cases}\\[6mm] 2\operatorname{sen} x+1=0 \quad\rightarrow\quad \operatorname{sen} x=-\dfrac{1}{2} \quad\rightarrow \begin{cases}x=210^\circ+360^\circ k\\ x=330^\circ+360^\circ k\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x=\dfrac{7\pi}{6}+2\pi k\\[2mm] x=\dfrac{11\pi}{6}+2\pi k\end{cases}\end{cases} \quad \text{donde } k\in\mathbb{Z}$$

Ejercicio nº 6.-

Halla en forma binómica y representa la solución obtenida:

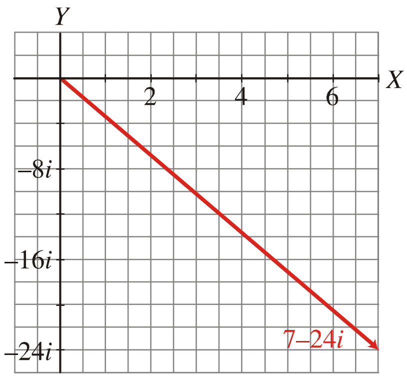
$$\frac{25i^{21}(1-7i)}{1+7i}$$

Solución:

$$\frac{25i^{21}(1-7i)}{1+7i}=\frac{25i(1-7i)}{1+7i}=\frac{25i(1-7i)^2}{(1+7i)(1-7i)}=\frac{25i\left(1+49i^2-14i\right)}{1-49i^2}=\frac{25i(1-49-14i)}{1+49}=$$

$$=\frac{25i(-48-14i)}{50}=\frac{i(-48-14i)}{2}=\frac{-48i-14i^2}{2}=\frac{-48i+14}{2}=\frac{14-48i}{2}=\frac{14}{2}-\frac{48i}{2}=7-24i$$

Representación gráfica:



Ejercicio nº 7.-

Calcula:

$$\sqrt[4]{-81}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{-81}=\sqrt[4]{81_{180^\circ}}=3_{\frac{180^\circ+360^\circ k}{4}}=3_{45^\circ+90^\circ k}\ ;\quad k=0,1,2,3$$

Las cuatro raíces son:

$$3_{45^\circ};\quad 3_{135^\circ};\quad 3_{225^\circ};\quad 3_{315^\circ}$$