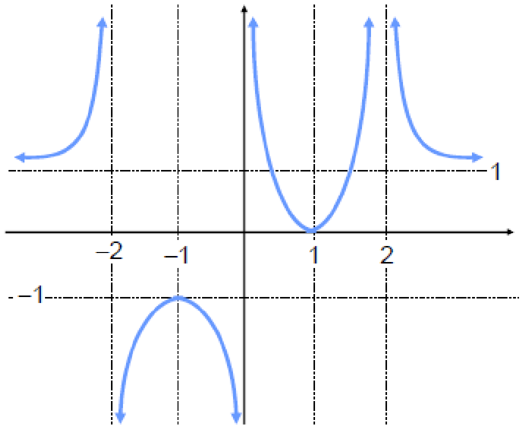
OPCIÓN B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 2. La gráfica de la función *f(x)* es la siguiente:



Se pide:

a) Su dominio y puntos de intersección con los ejes coordenados.
b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
c) Valores de x para los que la función derivada de $f(x)$ es positiva, negativa o nula, respectivamente.
d) El valor de los siguientes límites: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.
e) Calcular $\int_0^1 \left(x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4\right) dx$.

Solución:

a) Dom f(x) = $\Re - \{-2, 0, 2\}$, *ya que para* $x = -2$, $x = 0$ *y* $x = 2$ *la función no esta definida.*

El punto de intersección con eje OX es (1 , 0)

No hay punto de intersección con el eje OY

b) En la representación gráfica se observa que la función f(x) tiene dos asíntotas verticales y una horizontal.

Las ecuaciones de las asíntotas verticales son: $x = -2$ *y* $x = 2$

La ecuación de la asíntota horizontal es $y = 1$

c) $f'(x)$ *es positiva cuando f(x) es creciente, por lo tanto,* $f'(x) > 0$ *en* $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, 2)$

$f'(x)$ *es negativa cuando f(x) es decreciente, por lo tanto,* $f'(x) < 0$ *en* $(-1, 0) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$

$f'(x) = 0$ *en los puntos en que la recta tangente a f(x) es horizontal, por lo tanto,* $f'(x) = 0$ *para* $x = -1$ *y* $x = 1$

d) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ *ya que a medida que crece el valor de x la función se acerca a 1.*

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ *ya que dando a x valores positivos y cada vez más cercanos a 0, el valor de la función aumenta indefinidamente.*

e)

$$\int_0^1 \left(x^4+2x^3-3x^2-4x+4\right)dx=\left[\frac{x^5}{5}+2\frac{x^4}{4}-3\frac{x^3}{3}-4\frac{x^2}{2}+4x\right]_0^1=\left[\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{2}-x^3-2x^2+4x\right]_0^1=$$

$$=\left(\frac{1^5}{5}+\frac{1^4}{2}-1^3-2.1^2+4.1\right)-\left(\frac{0^5}{5}+\frac{0^4}{2}-0^3-2.0^2+4.0\right)=\frac{1}{5}+\frac{1}{2}-1-2+4-0=\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+1=\frac{2+5+10}{10}=$$

$$=\frac{17}{10}=1'7$$

Solución: $\int_0^1 \left(x^4+2x^3-3x^2-4x+4\right)dx \;=\; 1'7$