

**Problema 3.** El 25% de los estudiantes de un instituto no realizan ninguna actividad extraescolar, mientras que el 55% realizan una actividad extraescolar deportiva. Sabemos además que uno de cada cuatro estudiantes que practican una actividad extraescolar no deportiva también practica una deportiva. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que un estudiante elegido al azar practique una actividad extraescolar deportiva y otra no deportiva.
- Calcular la probabilidad de que un estudiante practique una actividad extraescolar deportiva.
- ¿Son independientes los sucesos “Practicar una actividad extraescolar deportiva” y “Practicar una actividad extraescolar no deportiva”? Razona tu respuesta.

*Solución:*

Utilizamos los siguientes sucesos:

$E$  = Practicar actividad extraescolar

$ED$  = Practicar actividad extraescolar deportiva

$END$  = Practicar actividad extraescolar no deportiva

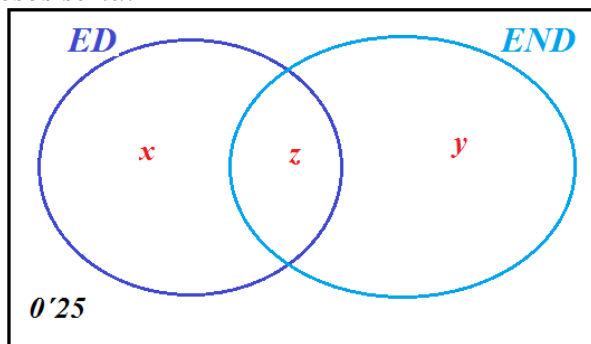
De los datos del problema sabemos:

a) “El 25% de los estudiantes no realiza ninguna actividad extraescolar”  $\rightarrow P(\bar{E}) = 0.25 \rightarrow$   
 {probabilidad del complementario}  $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - 0.25 = 0.75$

b) “El 55% de los estudiantes realizan actividad extraescolar deportiva”  $\rightarrow P(ED) = 0.55$

c) “uno de cada cuatro estudiantes que practican actividad extraescolar no deportiva también practican una deportiva”  $\rightarrow P(ED/END) = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{P(ED \cap END)}{P(END)} = 0.25 \rightarrow P(ED \cap END) = 0.25 P(END)$

Considerando que los alumnos no practican actividades extraescolares o si y que los que practican actividades extraescolares las hacen deportivas, no deportivas o ambas. El diagrama de Venn correspondiente a estos sucesos sería:



Para resolver el problema debemos calcular los valores de  $x, y, z$ .

Anteriormente, en a), obtuvimos que  $P(E) = 0.75$ . Como  $E = ED \cup END$ ,  $0.75 = P(E) = P(ED \cup END)$

{Por probabilidad de la unión de sucesos}  $P(ED \cup END) = P(ED) + P(END) - P(ED \cap END)$ . Por tanto,  
 $P(ED) + P(END) - P(ED \cap END) = 0.75$

En b),  $P(ED) = 0.55$

En c),  $P(ED \cap END) = 0.25 P(END)$

Por tanto,  $0.55 + P(END) - 0.25 P(END) = 0.75$ , efectuando operaciones,

$$0.55 + 0.75 P(END) = 0.75$$

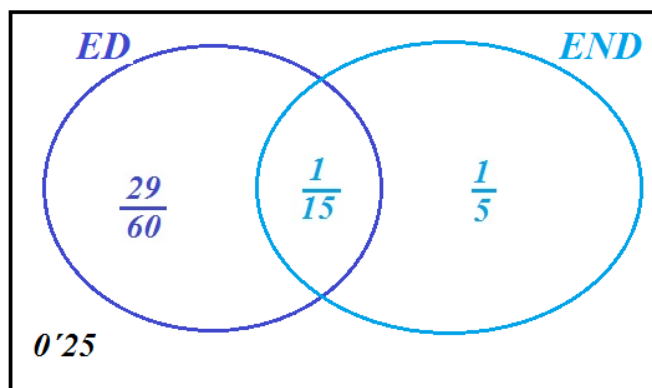
$$0.75 P(END) = 0.75 - 0.55$$

$$0.75 P(END) = 0.20 \rightarrow P(END) = \frac{0.20}{0.75} = \frac{4}{15}$$

Sustituyendo este valor en c),  $P(ED \cap END) = 0.25 \frac{4}{15} = \frac{1}{15}$ . Por tanto,  $z = \frac{1}{15}$ .

Como  $P(ED) = 0'55$ , según el diagrama de Venn,  $x + z = 0'55 \rightarrow x + \frac{1}{15} = 0'55 \rightarrow x = 0'55 - \frac{1}{15} = \frac{29}{60}$

Y, finalmente,  $x + y + z = 0'75 \rightarrow \frac{29}{60} + y + \frac{1}{15} = 0'75 \rightarrow y = 0'75 - \frac{29}{60} - \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$



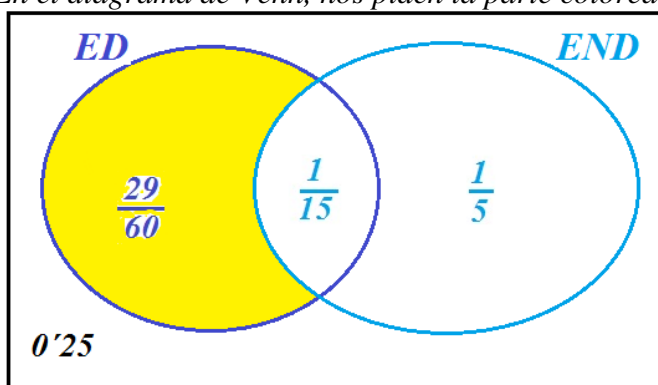
El diagrama de Venn del problema queda:

Resolvamos cada uno de los apartados del problema,

a) Se pide  $P(ED \cap END) = \frac{1}{15}$

b) Se pide  $P(\text{practique solo } ED)$ .

En el diagrama de Venn, nos piden la parte coloreada:



Luego,  $P(\text{practique solo } ED) = \frac{29}{60}$

c) ¿Son independientes ED y END?

Estos sucesos serán independientes si se cumple que  $P(ED \cap END) = P(ED) \cdot P(END)$

Sabemos que  $P(ED) = 0'55$

Del diagrama de Venn,  $P(END) = \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{4}{15} \rightarrow P(ED) \cdot P(END) = 0'55 \cdot \frac{4}{15} = \frac{11}{75}$

Por otro lado, ya calculamos  $P(ED \cap END) = \frac{1}{15} = \frac{5}{75}$

Por tanto,  $P(ED \cap END) = \frac{5}{75} \neq \frac{11}{75} = P(ED) \cdot P(END)$

Solución: los sucesos ED y END no son independientes.