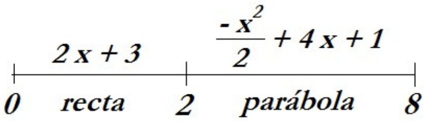
Problema 2. Dada la función continua $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & 0\le x<2 \\ -\dfrac{x^2}{2}+4x+1 & 2\le x\le 8 \end{cases}$

a) Calcula sus máximos absolutos y mínimos absolutos, razonando que, efectivamente, lo son.

b) Calcula el valor de la integral de la función *f(x)* en el intervalo [5,7].

Solución:

Representemos la función,



x	y
0	3
2	7

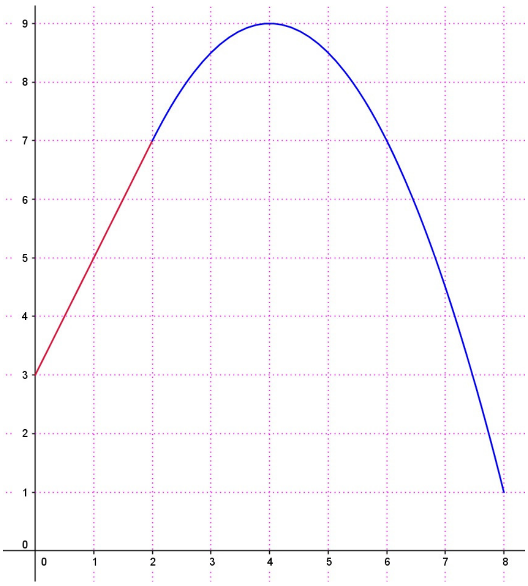
x	y
2	$-\dfrac{2^2}{2}+4\cdot 2+1=-2+8+1=7$
8	$-\dfrac{8^2}{2}+4\cdot 8+1=-32+32+1=1$

Vértice de la parábola: $(4\ ,9)$

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)}=\frac{-4}{-1}=4\in[2,8]$$

$$y=-\frac{4^2}{2}+4\cdot 4+1=-8+16+1=9$$

La representación gráfica de f(x) será:



Resolvamos las preguntas,

a) De la representación gráfica deducimos que:
El máximo absoluto se alcanza en el punto (4 , 9) y el mínimo absoluto en el (8 , 1).

b)

$$\int_5^7 f(x)\,dx=\int_5^7\left(-\frac{x^2}{2}+4x+1\right)dx=\left[-\frac{x^3/3}{2}+4\cdot\frac{x^2}{2}+x\right]_5^7=\left[-\frac{x^3}{6}+2x^2+x\right]_5^7=$$

$$=\left(-\frac{7^3}{6}+2\cdot 7^2+7\right)-\left(-\frac{5^3}{6}+2\cdot 5^2+5\right)=\frac{287}{6}-\frac{205}{6}=\frac{82}{6}$$