OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 1. Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq 20 \\ x \geq \dfrac{y}{3} \\ 12x + 20y \geq 360 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el mínimo de la función $f(x, y) = x - 2y$ en esta región? ¿En qué punto se alcanza?

Solución:

Efectuemos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a)\quad x \geq 10$

$x = 10$

x	y
10	0
10	20

¿$(0,0)$ *cumple*?

$0 \geq 10$ *No*

$(b)\quad x \leq 20$

$x = 20$

x	y
20	0
20	20

¿$(0,0)$ *cumple*?

$0 \leq 20$ *Sí*

$(c)\quad x \geq y/3$

$x = y/3$

x	y
0	0
10	30

¿$(10,0)$ *cumple*?

$10 \geq 0/3$

$10 \geq 0$ *Sí*

$(d)\quad 12x + 20y \geq 360$

$12x + 20y = 360$

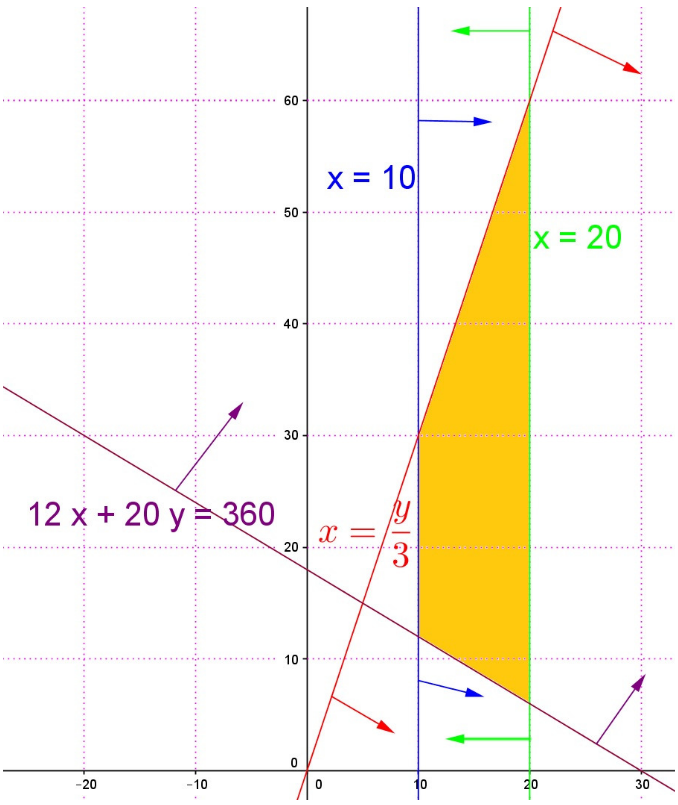
x	y
0	18
30	0

¿$(0,0)$ *cumple*?

$12.0 + 20.0 \geq 360$

$0 \geq 360$ *No*

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de la zona sombreada.

Los vértices de la región factible los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

Punto A, corte entre (a) y (c):

$$\begin{cases} x = 10 \\ x = \dfrac{y}{3} \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de x en la 2^a ecuación: $10 = \dfrac{y}{3} \quad \rightarrow \quad y = 30$

Luego A (10 , 30)

Punto B, corte entre (b) y (c):

$$\begin{cases} x = 20 \\ x = \dfrac{y}{3} \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de x en la 2^a ecuación: $20 = \dfrac{y}{3} \quad \rightarrow \quad y = 60$

Por tanto, B (20 , 60)

Punto C, corte entre (b) y (d):

$$\begin{cases} x = 20 \\ 12x + 20y = 360 \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de x en la 2^a ecuación: $12 \,.\, 20 + 20\,y = 360$

$240 + 20\,y = 360$

$20\,y = 360 - 240$

$20\,y = 120 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{120}{20} = 6$

Luego, C (20 , 6)

Punto D, corte entre (a) y (d):

$$\begin{cases} x = 10 \\ 12x + 20y = 360 \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de x en la 2^a ecuación: $12 \,.\, 10 + 20\,y = 360$

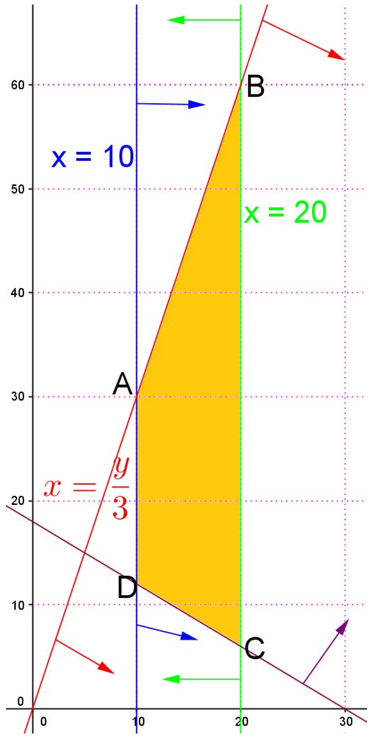
$120 + 20\,y = 360$

$20\,y = 360 - 120$

$20\,y = 240 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{240}{20} = 12$

Por tanto, D (10 , 12)

Los vértices de la región son: A (10, 30), B (20 , 60), C (20 , 6) y D (10 , 12).



El mínimo de la función f(x,y) en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	f(x,y) = x – 2 y	
10 , 30	10 – 2 . 30 = **–** 50	
20 , 60	20 – 2 . 60 = **–** 100	mínimo
20 , 6	20 – 2 . 6 = 8	
10 , 12	10 – 2 . 12 = **–** 14	

Por tanto, el mínimo de f(x,y) en esta región es – 100 y se alcanza en el punto (20 , 60).