OPCIÓN B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 2. Una explotación minera extrae $f(t) = 30 + \frac{3}{2}t - \frac{1}{800}t^3$ Toneladas de carbón por año, donde la variable t indica el tiempo transcurrido, en años, desde el inicio de la explotación. Se pide:

a) Calcula en qué año se alcanza el máximo de extracción y cuál es dicho valor. *(5 puntos)*

b) Si se necesita extraer como mínimo 10 Toneladas por año para que la explotación sea rentable, estudia si en el año t = 40 es rentable. *(2 puntos)*

c) ¿Existe algún periodo de tiempo, a partir de los 40 años, en el que la explotación es rentable? Razona tu respuesta. *(3 puntos)*

Solución:

$f(t) = 30 + \frac{3}{2}t - \frac{1}{800}t^3$ $\begin{cases} t \equiv \text{años desde inicio explotación} \\ f(t) \equiv \text{Toneladas/año} \end{cases}$ *como t son años,* $t \geq 0$

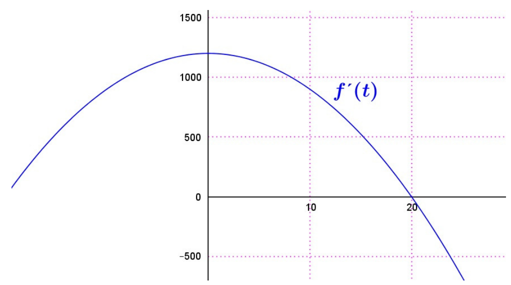
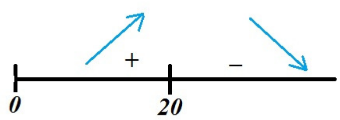
a) Máximo.

$$f'(t) = \frac{3}{2} - \frac{1}{800}3t^2 = \frac{1200 - 3t^2}{800}$$

$$\frac{1200 - 3t^2}{800} = 0 \rightarrow 1200 - 3t^2 = 0 \rightarrow 1200 = 3t^2 \rightarrow t^2 = \frac{1200}{3} \rightarrow t^2 = 400 \rightarrow$$

$$t = \pm\sqrt{400} = \pm 20, \quad \text{como } t \geq 0, \quad t = 20$$

Estudiemos la monotonía de f(t),

<table>
<tr>
<td>f´(t) es un polinomio de 2º grado con coeficiente de t^2 negativo y raíces – 20 y 20. Gráficamente f´(t) será:</td>
<td>
</td>
<td>Luego, el signo de f´(t):</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Por tanto, f(t) es creciente en el intervalo (0 , 20) y decreciente en (20 , +∞). Luego el máximo relativo de f(t) se alcanza para t = 20 y, además, es el absoluto ya que f(t) a su izquierda es creciente y a su derecha decreciente.

Para $t = 20$, $f(20) = 30 + \frac{3}{2} \cdot 20 - \frac{1}{800}20^3 = 50$

Finalmente, ***el máximo de extracción se alcanza a los 20 años de inicio de la explotación y este máximo es de 50 toneladas.***

b) Para que la explotación sea rentable, según el enunciado, $f(t) \geq 10$

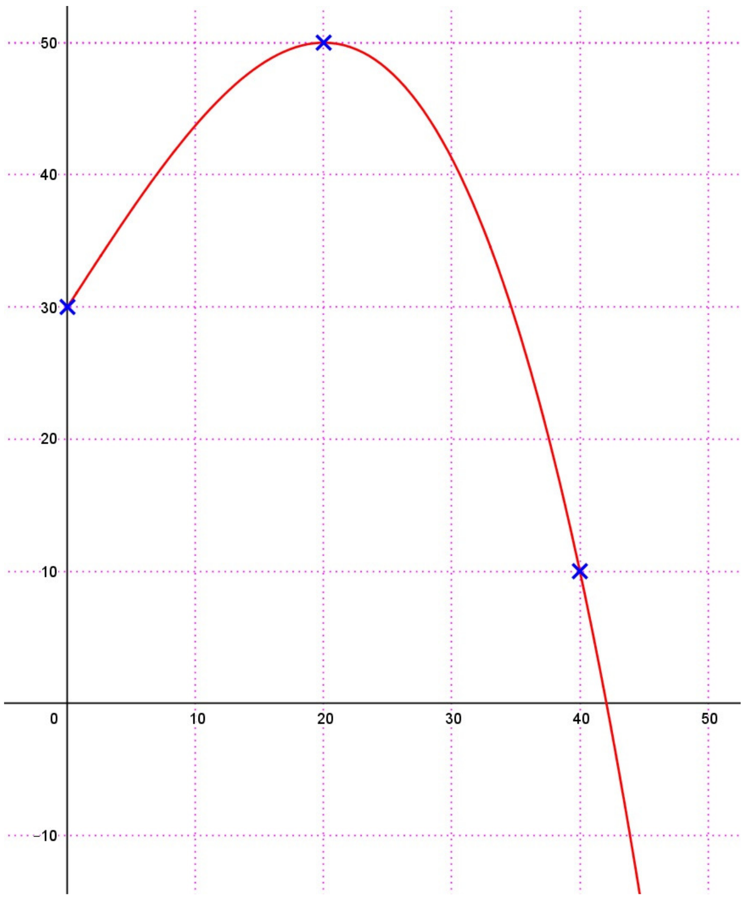
Para $t = 40$, $f(40) = 30 + \frac{3}{2} \cdot 40 - \frac{1}{800}40^3 = 10 \ (\geq 10)$

Luego, ***al cabo de 40 años de inicio de la explotación (t = 40) la explotación es rentable (f(40) = 10).***

c) Considerando lo estudiado en el apartado (a), como $f(t)$ es decreciente en $(20, +\infty)$ entonces para valores de $t > 40$ $f(t) < 10$ (en apartado (b) obtuvimos que $f(40) = 10$).
Por tanto, ***a partir de 40 años no hay periodo de tiempo en que la explotación sea rentable.***

Otra forma de resolverlo:
Representar la función $f(t)$.
De esta función sabemos:
$t = 0 \rightarrow f(0) = 30 \rightarrow (0, 30)$
$t = 40 \rightarrow f(40) = 10 \rightarrow (40, 10)$
es creciente en $(0, 20)$ y
decreciente en $(20, +\infty)$
máximo $(20, 50)$

Su representación es:



A partir de $t = 40$ $f(t) < 10$, por lo que ***a partir de 40 años no hay periodo de tiempo en que la explotación sea rentable.***