

OPCIÓN B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 3. El espacio muestral asociado a un experimento aleatorio es $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$. Se sabe que $P(a) = P(c) = \frac{1}{8}$, $P(d) = \frac{1}{4}$, $P(e) = \frac{1}{3}$. Dados los sucesos $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{b, d, e\}$ y siendo \bar{A} el suceso contrario o complementario de A y \bar{B} el suceso contrario o complementario de B , calcula:

a) $P(A \cap B)$. (2 puntos)

b) $P(A \cup \bar{B})$. (2 puntos)

c) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$. (2 puntos)

d) $P\left(\frac{A}{B}\right)$. (2 puntos)

e) $P\left(\frac{B}{A}\right)$. (2 puntos)

Solución:

$$\Omega = \{a, b, c, d, e\}, \quad P(a) = P(c) = \frac{1}{8}, \quad P(d) = \frac{1}{4}, \quad P(e) = \frac{1}{3}.$$

Como Ω es el espacio muestral del experimento $\rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = 1$, sustituyendo los valores de las probabilidades conocidas:

$$\frac{1}{8} + P(b) + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = 1 \rightarrow P(b) + \frac{5}{6} = 1 \rightarrow P(b) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$A = \{a, b, c\} \rightarrow \bar{A} = \{d, e\} \quad \text{y} \quad B = \{b, d, e\} \rightarrow \bar{B} = \{a, c\}$$

a) $A \cap B = \{b\} \rightarrow P(A \cap B) = P(b) = \frac{1}{6}$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

b) $A \cup \bar{B} = \{a, b, c\} \rightarrow P(A \cup \bar{B}) = P(a) + P(b) + P(c) = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{5}{12}$

$$P(A \cup \bar{B}) = \frac{5}{12}$$

c) $\bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset \rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\emptyset) = 0$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0$$

d) $P\left(\frac{A}{B}\right)$

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \left\{ \begin{array}{l} A \cap \bar{B} = \{a, c\} \rightarrow P(A \cap \bar{B}) = P(a) + P(c) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \\ \bar{B} = \{a, c\} \rightarrow P(\bar{B}) = \frac{1}{4} \end{array} \right\} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = 1$$

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = 1$$

e) $P(B/A)$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \left\{ \begin{array}{l} P(B \cap A) = \frac{1}{6} \quad \{\text{obtenido en apartado (a)}\} \\ A = \{a, b, c\} \rightarrow P(A) = P(a) + P(b) + P(c) = \frac{5}{12} \quad \{\text{apartado (a)}\} \end{array} \right\} = \frac{1/6}{5/12} = \frac{2}{5}$$

$$P(B/A) = \frac{2}{5}$$