Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 6. Una determinada enfermedad afecta actualmente al 5% de la población. El único test disponible para detectar la enfermedad tiene una probabilidad del 99% de clasificar correctamente a los enfermos (probabilidad de que el test dé positivo si la persona tiene la enfermedad), mientras que la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%. Se pide:

a) La probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test. *(2,5 puntos)*

b) La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test. *(2,5 puntos)*

c) La probabilidad de que el test dé el resultado correcto. *(2,5 puntos)*

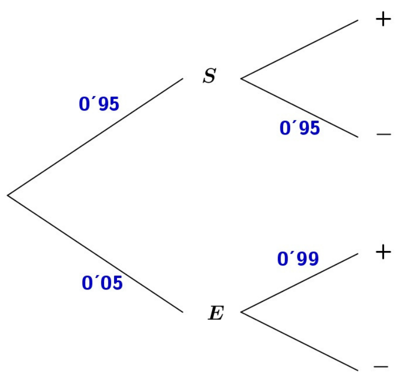
d) Existen indicios para creer que la enfermedad afecta únicamente a un 1% de la población. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test en este caso? *(2,5 puntos)*

Solución:
Consideramos los siguientes sucesos:

S = la persona está sana *E = la persona está enferma*
+ = el test da positivo *– = el test da negativo*

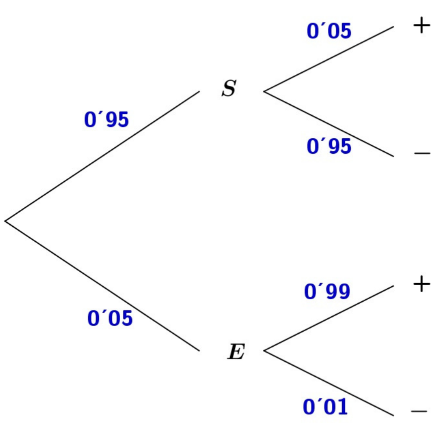
Considerando todos los datos del enunciado,
"Una determinada enfermedad afecta al 5% de la población" $\rightarrow$ $P(E) = 0'05$ y $P(S) = 1 - 0'05 = 0'95$
"la probabilidad de que el test dé positivo si la persona tiene la enfermedad es del 99%" $\rightarrow$ $P\left(+/E\right) = 0'99$
"la probabilidad de que el test dé negativo si la persona no está enferma es del 95%" $\rightarrow$ $P\left(-/S\right) = 0'95$

Con los datos, el árbol del problema es:



Completando las probabilidades de las dos ramas que faltan: $1 - 0'95 = 0'05$ y $1 - 0'99 = 0'01$

El árbol queda:



a) Probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test.

La probabilidad pedida es: $P\left(E/_{+}\right)$

$$P\left(E/_{+}\right)=\frac{P(E\cap +)}{P(+)}=\frac{0´05\cdot 0´99}{0´95\cdot 0´05+0´05\cdot 0´99}=\frac{99}{194}\cong 0´5103$$

b) La probabilidad de que una persona esté sana si ha dado negativo en el test.

La probabilidad pedida es: $P\left(S/_{-}\right)$

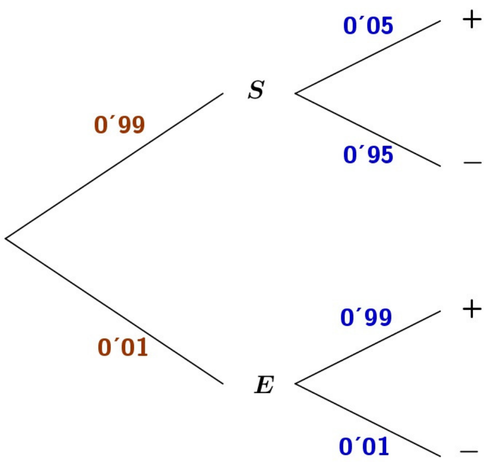
$$P\left(S/_{-}\right)=\frac{P(S\cap -)}{P(-)}=\frac{0´95\cdot 0´95}{0´95\cdot 0´95+0´05\cdot 0´01}=\frac{1805}{1806}\cong 0´9994$$

c) La probabilidad de que el test dé el resultado correcto.

$$P(\text{test de correcto})=P(S\cap -)+P(E\cap +)=0´95\cdot 0´95+0´05\cdot 0´99=\frac{119}{125}\cong 0´952$$

d) Si la ***enfermedad afecta*** *únicamente* ***a un 1% de la población****. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté enferma si ha dado positivo en el test en este caso?*

El árbol del problema sería:



La probabilidad pedida es: $P\left(E/_{+}\right)$

$$P\left(E/_{+}\right)=\frac{P(E\cap +)}{P(+)}=\frac{0´01\cdot 0´99}{0´99\cdot 0´05+0´01\cdot 0´99}=\frac{1}{6}\cong 0´1667$$