Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 2. Un vendedor dispone de café colombiano y café brasileño, y con ellos realiza mezclas que pone a la venta. Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café, obtiene una mezcla que vende a 15 euros el kilo; si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño, vende la mezcla resultante a 10 euros el kilo. El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano y de 210 kilos de café brasileño. Desea hacer las dos mezclas de modo que sus ingresos por venta sean máximos.

a) Halla cuántos kilos de cada mezcla debe producir para obtener el ingreso máximo. *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo? *(2 puntos)*

Solución:
Llamando: x = *kilos de la mezcla 1, (mezcla a partes iguales)*
y = *kilos de la mezcla 1, (mezcla 1 a 3)*

En la mezcla 1, los dos tipos de café van a partes iguales; luego en x kilos de esta mezcla hay x/2 de café colombiano y x/2 de café brasileño.

En la mezcla 2, la proporción es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño; luego en y kilos de esta mezcla hay y/4 de café colombiano y 3y/4 de café brasileño.

Resumiendo:

	Café		
	colombiano	*brasileño*	*euros/Kg*
Mezcla 1	$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2}$	15
Mezcla 2	$\frac{y}{4}$	$\frac{3y}{4}$	10

Las restricciones serán:

"El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano" $\rightarrow \frac{x}{2}+\frac{y}{4}\le 100;\quad \frac{2x+y}{4}\le 100;\quad 2x+y\le 400$

"El vendedor dispone de 210 kilos de café brasileño" $\rightarrow \frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\le 210 \rightarrow 2x+3y\le 840$

Como x e y representan kilos de producto, x e y deben ser mayores o iguales que 0.

Los ingresos que obtiene el vendedor son: $z = 15x + 10y$

El problema a resolver es:

$$\text{maximizar}\quad z = 15x+10y$$

$$\text{s.a.}\quad \begin{cases} 2x+y\le 400 \\ 2x+3y\le 840 \\ x,\ y\ge 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$2x + y \le 400$

$2x + y = 400$

x	y
0	400
200	0

¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 0 \le 400$ *Si*

$2x + 3y \le 840$

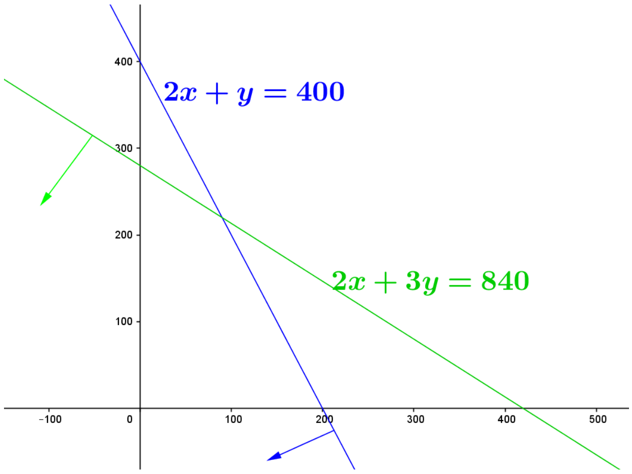
$3x + 4y = 2100$

x	y
0	280
420	0

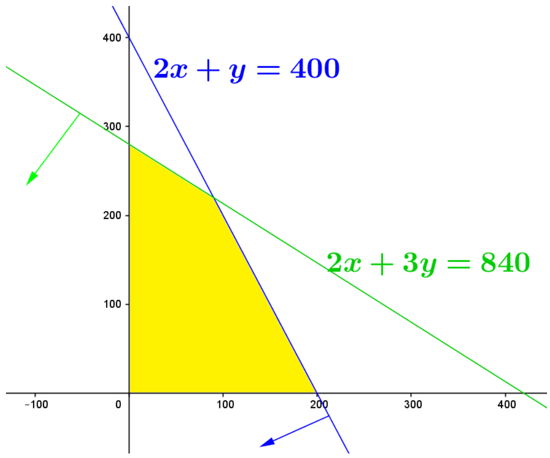
¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \le 840$ *Si*

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

(0 , 0); los de los ejes los obtuvimos en los cálculos para la representación: (200 , 0) y (0 , 280).

Falta el punto de corte entre las dos rectas.

Corte entre las rectas:

$$\begin{cases} 2x + y = 400 \\ 2x + 3y = 840 \end{cases}$$

Restando ambas ecuaciones: $-2y = -440 \;\rightarrow\; y = \dfrac{-440}{-2} = 220$

Sustituyendo el valor de y *en la 1ª ecuación,*

$2x + 220 = 400; \quad 2x = 400 - 220; \quad 2x = 180; \quad x = \dfrac{180}{2} = 90$

Luego punto de corte (90 , 220)

Los vértices de la región factible son: (0, 0), (0 , 280), (90 , 220) y (200 , 0).

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 15 x + 10 y*	
0 , 0	*15 . 0 + 10 . 0 = 0*	
0 , 280	*15 . 0 + 10 . 280 = 2800*	
90, 220	*15 . 90 + 10 . 220 = 3550*	*máximo*
200 , 0	*15 .200 + 10 . 0 = 3000*	

El máximo se alcanza en el punto (900 , 220)

Por tanto,

a) ***Para obtener el ingreso máximo debe producir 90 kg de la primera mezcla y 220 kg de la segunda.***

b) ***El ingreso máximo sería de 3550€.***