

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 5. Dados dos sucesos A y B , se sabe que $P(B) = 0,4$, $P(A^c \cap B^c) = 0,2$ y $P(A \cap B) = 0,3$, siendo A^c y B^c los sucesos complementarios de A y B , respectivamente. Se pide:

- Calcula la probabilidad del suceso $A \cup B$. (2'5 puntos)
- Calcula la probabilidad de que solamente se verifique uno de los sucesos. (2'5 puntos)
- Calcula la probabilidad de B condicionado a A . (2'5 puntos)
- ¿Son independientes los sucesos A y B ? (2'5 puntos)

Solución:

Los datos del problema son:

$$P(B) = 0'4, \quad P(A^c \cap B^c) = 0'2 \quad \text{y} \quad P(A \cap B) = 0'3$$

Por las leyes de Morgan: $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$. Por tanto,

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 0'2 \quad \rightarrow \quad 1 - 0'2 = P(A \cup B) \quad \rightarrow \quad P(A \cup B) = 0'8$$

a) ¿ $P(A \cup B)$?

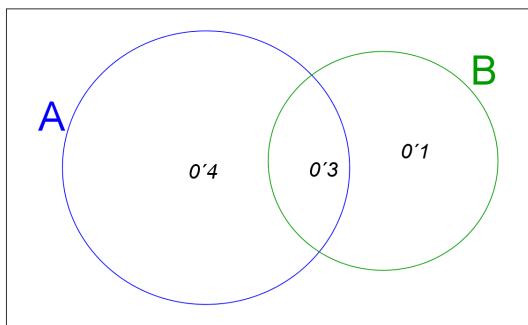
Según hemos calculado anteriormente, $P(A \cup B) = 0'8$.

b) Calcula la probabilidad de que solamente se verifique uno de los sucesos.

Falta por obtener $P(A)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B); \quad 0'8 = P(A) + 0'4 - 0'3; \quad 0'8 = P(A) + 0'1; \quad P(A) = 0'7$$

En un diagrama de Venn, los sucesos A y B quedarían representados:



Por tanto,

$$P(\text{sólo se verifique uno de los sucesos}) = 0'4 + 0'1 = 0'5$$

c) $P(B/A)$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0'3}{0'7} = \frac{3}{7}$$

Solución: $P(B/A) = 3/7$.

d) ¿ A y B son independientes?

Los sucesos A y B son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

De lo calculado anteriormente,

$$P(A \cap B) = 0'3 \quad \text{y} \quad P(A) \cdot P(B) = 0'7 \cdot 0'4 = 0'28$$

Entonces $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

En conclusión, A y B no son sucesos independientes.