Problema 5. Una estación espacial internacional cuenta con un grupo de especialistas en ingeniería y con otro de especialistas en ciencias. El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa, entre los cuales 7 y 9 son mujeres, respectivamente. El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa, entre los cuales 12 y 10 son mujeres, respectivamente. Se elige un integrante de la estación espacial al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Europa? *(2 puntos)*

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y especialista en ciencias? *(2 puntos)*

c) Si se ha elegido una mujer, ¿es más probable que sea especialista en ciencias o en ingeniería? *(3 puntos)*

d) ¿Son independientes los sucesos "ser mujer" y "ser especialista en ingeniería"? *(3 puntos)*

Solución:

Organizamos los datos del problema en la siguiente tabla.

	América		*Europa*		
	Mujeres	*Hombres*	*Mujeres*	*Hombres*	
Especialistas en ingeniería					
Especialistas en ciencias					
Totales					

De los datos del enunciado tenemos:

El grupo de especialistas en ingeniería está compuesto por 10 especialistas de América y 20 de Europa, entre los cuales 7 y 9 son mujeres, respectivamente. Por tanto, de América 7 mujeres y 3 hombres; de Europa 9 mujeres y 11 hombres.

	América		*Europa*		
	Mujeres	*Hombres*	*Mujeres*	*Hombres*	
Especialistas en ingeniería	*7*	*3*	*9*	*11*	
Especialistas en ciencias					
Totales					

El grupo de especialistas en ciencias está formado por 21 especialistas de América y 19 de Europa, entre los cuales 12 y 10 son mujeres, respectivamente. Por tanto, de América 12 mujeres y 9 hombres; de Europa 10 mujeres y 9 hombres.

	América		*Europa*		
	Mujeres	*Hombres*	*Mujeres*	*Hombres*	*Totales*
Especialistas en ingeniería	*7*	*3*	*9*	*11*	*30*
Especialistas en ciencias	*12*	*9*	*10*	*9*	*40*
Totales	*19*	*12*	*19*	*20*	
	31		*39*		*70*

Se elige un integrante de la estación espacial al azar.

a) $P(\text{sea de Europa}) = \frac{39}{70}$

b) P(sea hombre y especialista en ciencias) $= \dfrac{9+9}{70} = \dfrac{18}{70} = \dfrac{9}{35}$

c) Se ha elegido una mujer, ¿es más probable que sea especialista en ciencias o en ingeniería?

P(sea especialista en ciencias) $= \dfrac{12+10}{19+19} = \dfrac{22}{38} = \dfrac{11}{19}$

P(sea especialista en ingeniería) $= \dfrac{7+9}{19+19} = \dfrac{16}{38} = \dfrac{8}{19}$

Como $\dfrac{11}{19} > \dfrac{8}{19}$ ***es más probable que sea especialista en ciencias.***

d) Llamemos J al suceso "ser mujer" y K al suceso "ser especialista en ingeniería". ¿Son J y K sucesos independientes?

Debemos comprobar si $P(J \cap K) = P(J) \cdot P(K)$

$$\left.\begin{aligned} P(J \cap K) &= \frac{7+9}{70} = \frac{16}{70} \\ P(J) &= \frac{19+19}{70} = \frac{38}{70} \\ P(K) &= \frac{30}{70} \end{aligned}\right\} \quad ¿\frac{16}{70} = \frac{38}{70}\,\frac{30}{70}?; \quad ¿\frac{16}{70} = \frac{1140}{4900}?; \quad ¿16 \cdot 4900 = 70 \cdot 1140?; \quad ¿78400 = 79800? \quad \text{No}$$

Por tanto, los sucesos J y K no son independientes.