

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 6. En una población hay dos compañías, A y B , que proporcionan el servicio de internet. La compañía A proporciona servicio al 70% de los hogares que han contratado el servicio de internet. El 65% de los hogares que han contratado el servicio de internet tienen contratado también el servicio de televisión de pago. Sabemos que la mitad de los clientes de la compañía B ha contratado televisión de pago.

- Calcula el porcentaje de hogares que no han contratado el servicio de televisión de pago y tienen contratado el servicio de internet con la compañía A . (3 puntos)
- Si en un hogar se ha contratado el servicio de internet, pero no el servicio de televisión de pago, ¿cuál es la probabilidad de que sea cliente de la compañía B ? (4 puntos)
- Sea A el suceso “ser cliente de la compañía A ” y C el suceso “haber contratado la televisión de pago”. Calcula $P(A \cup C)$. (3 puntos)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

A = El hogar tiene contratado el servicio de internet con la compañía A

B = El hogar tiene contratado el servicio de internet con la compañía B

TP = El hogar tiene contratado el servicio de televisión de pago

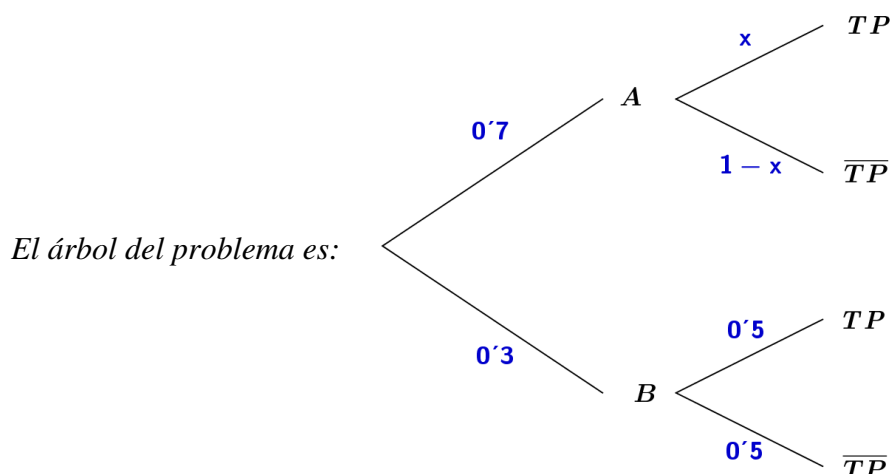
\overline{TP} = El hogar no tiene contratado el servicio de televisión de pago

De los datos del enunciado,

“La compañía A proporciona servicio al 70% de los hogares que han contratado el servicio de internet”, entonces $P(A) = 0.70$ y por lo tanto $P(B) = 1 - 0.70 = 0.30$

“Sabemos que la mitad de los clientes de la compañía B ha contratado televisión de pago”, luego entre los clientes de la compañía B $P(TP) = 0.5$ y $P(\overline{TP}) = 0.5$.

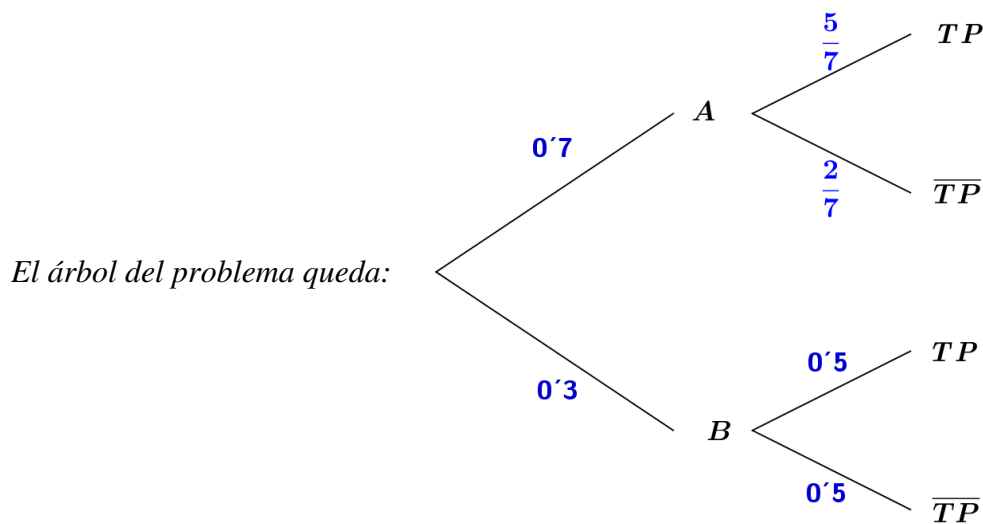
Sobre los clientes de la compañía A todavía no sabemos el porcentaje de los que contratan o no televisión de pago, luego en A $P(TP) = x$ y $P(\overline{TP}) = 1 - x$



Calculemos el valor de x . Del enunciado sabemos que “el 65% de los hogares que han contratado el servicio de internet tienen contratado también el servicio de televisión de pago” $\rightarrow P(TP) = 0.65$

Por otro lado, del árbol: $P(TP) = 0.7x + 0.3 \cdot 0.5 = 0.7x + 0.15$

Luego, $0.7x + 0.15 = 0.65$; $0.7x = 0.65 - 0.15$; $0.7x = 0.50$; $x = \frac{0.5}{0.7} = \frac{5}{7}$ y $1 - x = 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$



a) Calcula el porcentaje de hogares que no han contratado el servicio de televisión de pago y tienen contratado el servicio de internet con la compañía A.

La probabilidad pedida es: $P(A \cap \overline{TP})$

$$P(A \cap \overline{TP}) = 0.7 \cdot \frac{2}{7} = 0.2$$

Solución: el porcentaje de hogares que no han contratado el servicio de televisión de pago y tienen contratado el servicio de internet con la compañía A es del 20%.

b) Si en un hogar se ha contratado el servicio de internet, pero no el servicio de televisión de pago, ¿cuál es la probabilidad de que sea cliente de la compañía B?

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{B}{\overline{TP}}\right)$

$$P\left(\frac{B}{\overline{TP}}\right) = \frac{P(B \cap \overline{TP})}{P(\overline{TP})} = \frac{0.3 \cdot 0.5}{0.7 \cdot \frac{2}{7} + 0.3 \cdot 0.5} = \frac{15}{35} \cong 0.4286$$

Solución: la probabilidad pedida es 0.4286.

c) Sea A el suceso "ser cliente de la compañía A" y C el suceso "haber contratado la televisión de pago".

Calcula $P(A \cup C)$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0.7 \\ P(C) = 0.7 \cdot \frac{5}{7} + 0.3 \cdot 0.5 = 0.65 \\ P(A \cap C) = 0.7 \cdot \frac{5}{7} = 0.5 \end{array} \right\} \rightarrow P(A \cup C) = 0.7 + 0.65 - 0.5 = 0.85$$

Solución: $P(A \cup C) = 0.85$