Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II   Junio 2003

EJERCICIO A

PROBLEMA 3. Se cree que el número y de unidades vendidas de un cierto producto en función de su precio en euros, x, viene dado por y = 50 – x, donde el precio varía entre 0 y 50 euros. Si por cada unidad vendida se obtiene un beneficio x-10, determina de forma razonada el precio x que producirá un mayor beneficio, el número de unidades vendidas y el beneficio obtenido.

Solución:
Resumiendo en una tabla la información del problema,

Precio unidad	*Unidades vendidas*	*Beneficio unitario*	*Beneficio total*	
x	*50 – x*	*x – 10*	*(50 – x) (x – 10)*	*x € [0,50]*

Llamando z al beneficio total, $z = (50 - x)(x - 10) = 50x - 500 - x^2 + 10x = -x^2 + 60x - 500$, $x \in [0,50]$
Queremos maximizar el beneficio, buscamos el máximo de la función z.
Busquemos el máximo relativo,
$z' = -2x + 60$, $-2x + 60 = 0$, $x = 30$
$z'' = -2$, *para* $x = 30$ $z'' < 0$, *para* $x = 30$ *z tiene un máximo relativo. ¿Es éste el máximo de z en el intervalo [0,50]?*
Gráficamente z es una parábola (invertida, coeficiente de x^2 *es -1), el máximo absoluto lo alcanza en su vértice,*

para $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-60}{2(-1)} = 30$

Por tanto, en x = 30 la función z alcanza su máximo en el intervalo [0,50].

	Precio unidad	*Unidades vendidas*	*Beneficio unitario*	*Beneficio total*	
	x	*50 – x*	*x – 10*	*(50 – x) (x – 10)*	*x € [0,50]*
Solución	*30 €*	*20*	*20 €*	*(50-30)(30-10)= =20 . 20 = 400 €*	

El precio que producirá un mayor beneficio es el de 30 €, el número de unidades vendidas será 20 y el beneficio obtenido será de 400 €.