

EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Un banco dispone de 18 millones de euros para ofrecer préstamos de riesgo alto y medio, con rendimientos de 14% y 7%, respectivamente. Sabiendo que se debe dedicar al menos 4 millones de euros a préstamos de riesgo medio y que el dinero invertido en alto y medio riesgo debe estar a lo sumo a razón de 4 a 5, determinar cuánto debe dedicarse a cada uno de los tipos de préstamos para maximizar el beneficio y calcular éste.

Solución:

Utilizando las siguientes incógnitas: $x = \text{millones dedicados a riesgo alto}$
 $y = \text{millones dedicados a riesgo bajo}$

las restricciones del problema serán:

“Un banco dispone de 18 millones de euros” $x + y \leq 18$

“debe dedicar al menos 4 millones de euros a préstamos de riesgo medio” $y \geq 4$

“el dinero invertido en alto y medio riesgo debe estar a lo sumo a razón de 4 a 5” $\frac{x}{y} \leq \frac{4}{5}$

Esta última restricción se transforma en: $5x \leq 4y \rightarrow 5x - 4y \leq 0$

El beneficio que se obtiene es: $0'14x + 0'07y$

Por tanto el problema a resolver es,

maximizar $z = 0'14x + 0'07y$

s.a. $x + y \leq 18$
 $y \geq 4$
 $5x - 4y \leq 0$
 $x \geq 0, y \geq 0$

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$$x + y \leq 18$$

$$y \geq 4$$

$$5x - 4y \leq 0$$

$$x + y = 18$$

$$y = 4$$

$$5x - 4y = 18$$

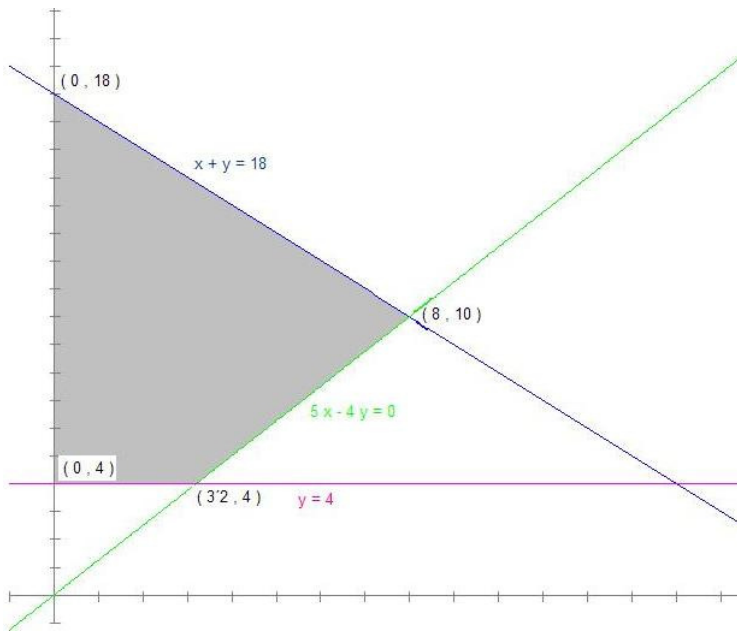
x	y
0	18
18	0

x	y
0	4
6	4

x	y
0	0
4	5

$(0,0)$ ¿cumple la restricción? Sí $0 + 0 \leq 18$ Sí $(0,0)$ ¿cumple la restricción? No $0 \geq 4$ No $(1,0)$ ¿cumple la restricción? No $5 \cdot 1 - 4 \cdot 0 \leq 0$ No

La representación gráfica es la zona sombreada del siguiente gráfico



Calculamos los puntos de corte que necesitamos conocer,

$\begin{cases} x + y = 18 \\ 5x - 4y = 0 \end{cases}$	Multiplicando la 1ª ecuación por 4	Sumando ambas ecuaciones, $9x = 72 \rightarrow x = 8$ Sustituyendo en la 1ª $8 + y = 18; y = 10$	El punto de corte es $(8, 10)$
---	------------------------------------	---	--------------------------------

$\begin{cases} y = 4 \\ 5x - 4y = 0 \end{cases}$	Sustituyendo el valor de y en la 2ª ecuación, $5x - 4 \cdot 4 = 0 \rightarrow 5x - 16 = 0 \rightarrow x = 16/5 = 3.2$	El punto de corte es $(3.2, 4)$
--	--	---------------------------------

La región factible está formada por los puntos de la zona coloreada.

Estudiamos la función z en los extremos de la región factible,

(x, y)	$z = 0.14x + 0.07y$		Solución:
$(0, 4)$	0.28		Deben dedicarse 8 millones de euros a los préstamos de riesgo alto y 10 millones a los de riesgo medio. El beneficio que se obtendrá será de 1.82 millones de euros (1.820.000€).
$(0, 18)$	1.26		
$(8, 10)$	1.82	máximo	
$(3.2, 4)$	0.728		