

EJERCICIO B

PROBLEMA 3. Una empresa de telefonía quiere lanzar al mercado una oferta de tarifa plana de internet. Se ha realizado un estudio que determina que si la tarifa fuera de 36 € podrían conseguirse 4800 contratos. Sin embargo, por cada euro menos en la tarifa, el número de contratos previsto anteriormente se incrementaría en 150. Se pide:

- Expresar el ingreso total previsto como una función de una variable. Explica el significado de la variable utilizada.
- ¿Cuál debería ser la tarifa para que la empresa obtuviera el ingreso máximo? ¿Cuál es éste y con cuántos abonados se conseguiría? Justificar que el ingreso obtenido realmente es máximo.

Solución

De los datos del problema obtenemos la siguiente tabla de valores,

tarifa (€)	nº de contratos	ingreso total
36	4800	36 . 4800
35	4800 + 150	35 . 4950
34	4800 + 150 . 2	34 . 5100
...
36 - x	4800 + 150 x	...

siendo x el número de euros que rebajamos la tarifa inicial, luego x puede tomar valores de 0 a 36.

a) El ingreso total previsto en función de los euros que rebajemos la tarifa inicial (36 €) será:

$$I(x) = (36 - x)(4800 + 150x) \quad x = 0, 1, \dots, 36$$

$$\text{Efectuando operaciones, } I(x) = 172800 + 5400x - 4800x - 150x^2 = -150x^2 + 600x + 172800$$

b) Para encontrar el ingreso máximo representamos la parábola $y = -150x^2 + 600x + 172800$

$$x = 0; \quad y = 172800$$

$$y = 0; \quad (36 - x)(4800 + 150x) = 0 \quad \left| \begin{array}{l} 36 - x = 0; \quad x = 36 \\ 4800 + 150x = 0; \quad x = -4800/150; \quad x = -32 \end{array} \right.$$

vértice de la parábola,

$$x = \frac{36 - 32}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \rightarrow \quad y = (36 - 2)(4800 + 150 \cdot 2) = 34 \cdot 5100 = 173400$$

Como el coeficiente de x^2 en la parábola es negativo, el vértice es el máximo de la parábola.

La función $I(x)$ que nos interesa toma valores para $x = 0, 1, 2, \dots, 36$. La parábola alcanza el máximo para $x = 2$ (uno de los valores que estudiamos), la función $I(x)$ alcanza su máximo para $x = 2$.

Para que el ingreso sea máximo debemos rebajar la tarifa inicial (36 €) en dos euros, es decir:

tarifa: 34 €

nº de abonados: 5100

ingreso: 173400 €