EJERCICIO B

PROBLEMA 2. Una refinería de petróleo adquiere dos tipos de crudo, ligero y pesado, a un precio de 70 y 65 euros por barril, respectivamente. Con cada barril de crudo ligero la refinería produce 0,3 barriles de gasolina 95, 0,4 barriles de gasolina 98 y 0,2 barriles de gasoil. Asimismo, con cada barril de crudo pesado produce 0,1, 0,2 y 0,5 barriles de cada uno de estos tres productos, respectivamente. La refinería debe suministrar al menos 26.300 barriles de gasolina 95, 40.600 barriles de gasolina 98 y 29.500 barriles de gasoil. Determina cuántos barriles de cada tipo de crudo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades de producción con un coste mínimo y calcula éste.

Solución:
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

		por cada barril			
crudo	*precio*	*95*	*98*	*gasoil*	*nº barriles*
ligero	*70 €/barril*	*0´3*	*0´4*	*0´2*	*x*
pesado	*65 €/barril*	*0´1*	*0´2*	*0´5*	*y*
mínimo de barriles		*26300*	*40600*	*29500*	

Coste: 70 x + 65 y

Producción: *gasolina 95,* $0'3\,x + 0'1\,y$
gasolina 98, $0'4\,x + 0'2\,y$
gasoil, $0'2\,x + 0'5\,y$

El problema a resolver es,

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } z = 70x + 65y \\ &\text{s.a. } \quad 0'3x + 0'1y \geq 26300 \\ &\qquad\quad 0'4x + 0'2y \geq 40600 \\ &\qquad\quad 0'2x + 0'5y \geq 29500 \\ &x, y \in N \end{aligned}$$

Efectuemos los cálculos necesarios para representar gráficamente las restricciones del problema

(1) $0'3x + 0'1y \geq 26300$

$0'3x + 0'1y = 26300$

x	y
0	263000
87666'6	0

(0,0) ¿*Cumple*? *No*

¿$0'3 \cdot 0 + 0'1 \cdot 0 \geq 26300$?

¿$0 \geq 26300$? *No*

(2) $0'4x + 0'2y \geq 40600$

$0'4x + 0'2y = 40600$

x	y
0	203000
101500	0

(0,0) ¿*Cumple*? *No*

¿$0'4 \cdot 0 + 0'2 \cdot 0 \geq 40600$?

¿$0 \geq 40600$? *No*

(3) $0'2x + 0'5y \geq 29500$

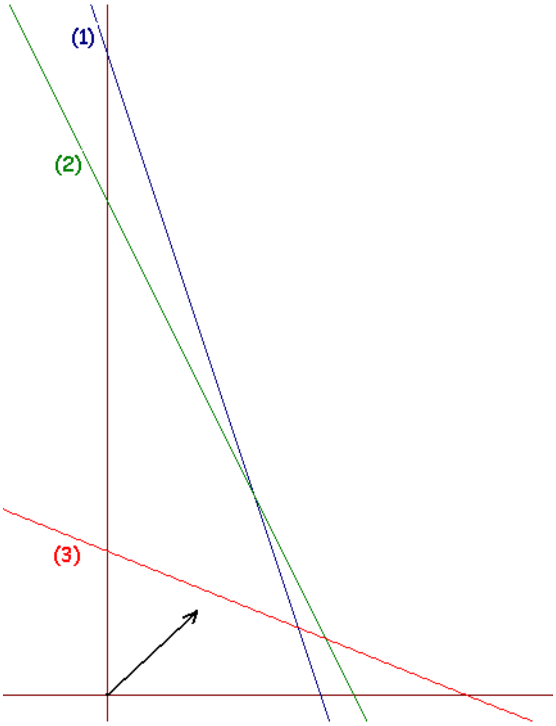
$0'2x + 0'5y = 29500$

x	y
0	59000
147500	0

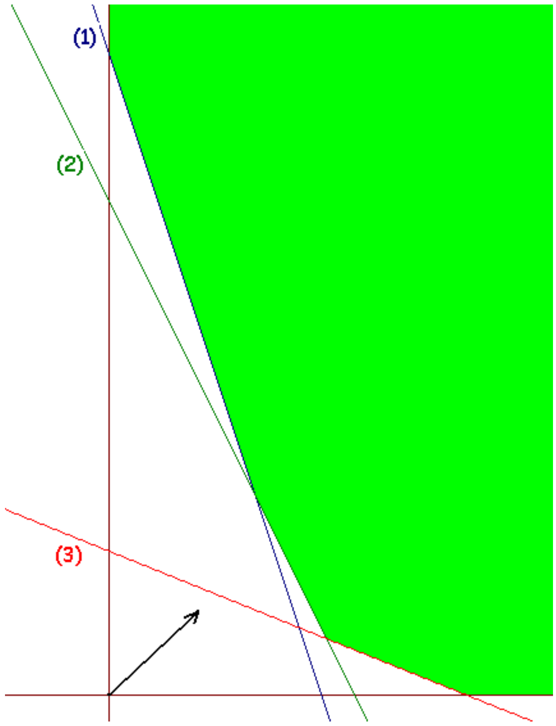
(0,0) ¿*Cumple*? *No*

¿$0'2 \cdot 0 + 0'5 \cdot 0 \geq 29500$?

¿$0 \geq 29500$? *No*



La región factible son los puntos de coordenada natural de la zona sombreada en la figura de la derecha.



Calculemos los extremos de la región factible.
Debemos buscar los puntos de corte entre las rectas (1) y (2)   y   (1) y (3)
Corte entre (1) y (2)

$$\begin{cases} 0'3\,x + 0'1\,y = 26300 \\ 0'4\,x + 0'2\,y = 40600 \end{cases} \rightarrow \quad *(-2) \begin{cases} -0'6\,x - 0'2\,y = -52600 \\ \ \ 0'4\,x + 0'2\,y = \ \ 40600 \end{cases}$$

$$Sumando\ \ ambas\ \ ecuaciones: \quad -0'2\,x = -12000$$

$$x = \frac{-12000}{-0'2} = 60000$$

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación,
0'3 . 60000 + 0'1 y = 26300
18000 +0'1 y = 26300
0'1 y = 8300
y = 83000

el punto de corte es (60000 , 83000)

Corte entre (2) y (3)

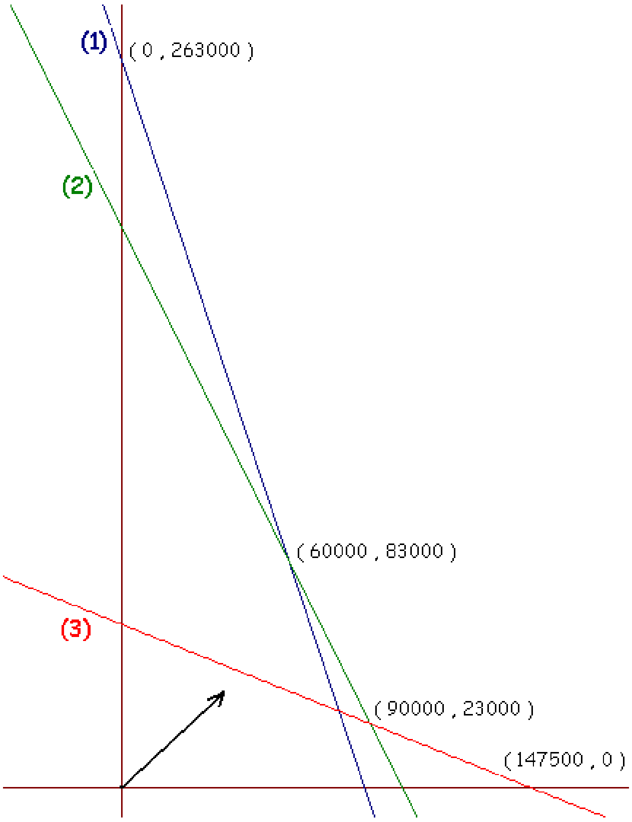
$$\begin{cases} 0'4\,x + 0'2\,y = 40600 \\ 0'2\,x + 0'5\,y = 29500 \end{cases} \rightarrow \quad :(-2) \begin{cases} -0'2\,x - 0'1\,y = -20300 \\ \ \ 0'2\,x + 0'5\,y = \ \ 29500 \end{cases}$$

$$Sumando\ \ ambas\ \ ecuaciones: \quad 0'4\,y = 9200$$

$$y = \frac{9200}{0'4} = 23000$$

Sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación,
0'4 x + 0'2 . 23000 = 40600
0'4 x + 4600 = 40600
0'4 x = 36000
x = 90000

el punto de corte es (90000 , 23000)



Estudiemos los valores de z en los extremos de la región factible,

(x , y)	*z = 70 x + 65 y*	
(0 , 26300)	*70 . 0 + 65 . 26300 = 17 095 000*	
(60000 , 83000)	*70 . 60000 + 65 . 83000 = 9 595 000*	
(90000 , 23000)	*70 . 90000 + 65 .23000 = 7 795 000*	*Mínimo*
(147500 , 0)	*70 . 147500 + 65 . 0 = 10 325 000*	

Solución: para que la refinería cubra sus necesidades de producción con un coste mínimo debe comprar ***90000 barriles de crudo ligero*** *y* ***23000 barriles de crudo pesado****; el coste de esta operación será de* ***7795000 €****.*