EJERCICIO A

PROBLEMA 2.

a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+2y\geq 0 \\ x-2y\geq -1 \\ 5x+4y\leq 16 \\ x-y\leq 5 \end{cases}$$

b) Determina los vértices de la región obtenida en el apartado anterior.

c) Calcula el punto donde alcanza el mínimo la función *f(x,y) = 3 x – y* en dicha región. Determina dicho valor mínimo.

Solución:

a) Cálculos para representar las restricciones

$3x+2y\geq 5$

(1) $3x+2y=5$

x	y
0	$\frac{5}{2}$
$\frac{5}{3}$	0

¿(0,0) *cumple*?

$3.0+2.0\geq 5$ *No*

$x-2y\geq -1$

(2) $x-2y=1$

x	y
-1	0
0	$\frac{1}{2}$

¿(0,0) *cumple*?

$0-2.0\geq -1$ *Sí*

$5x+4y\leq 16$

(3) $5x+4y=16$

x	y
0	4
$\frac{16}{5}$	0

¿(0,0) *cumple*?

$5.0+4.0\leq 16$ *Sí*

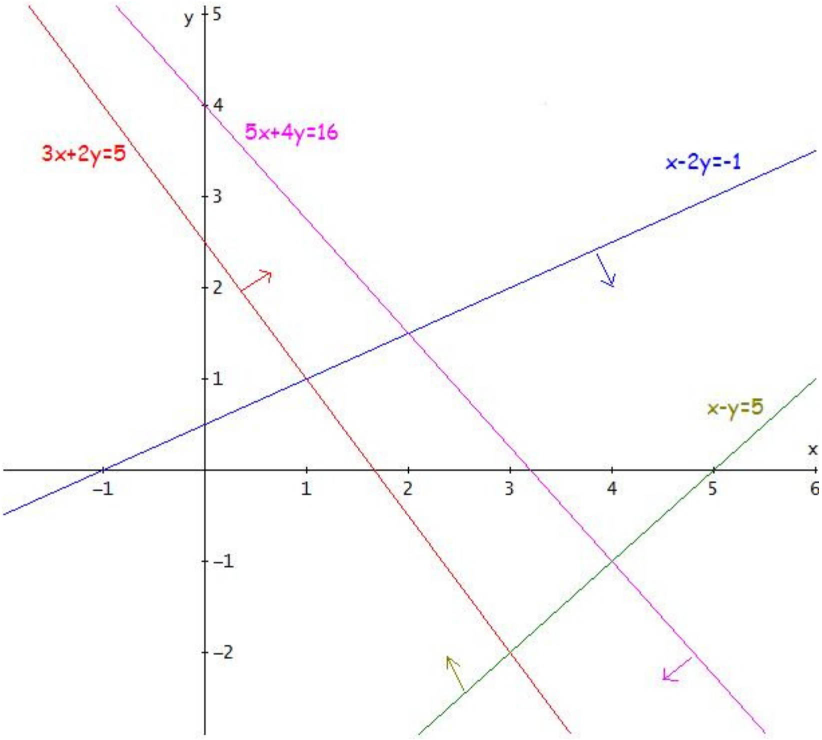
$x-y\leq 5$

(4) $x-y=5$

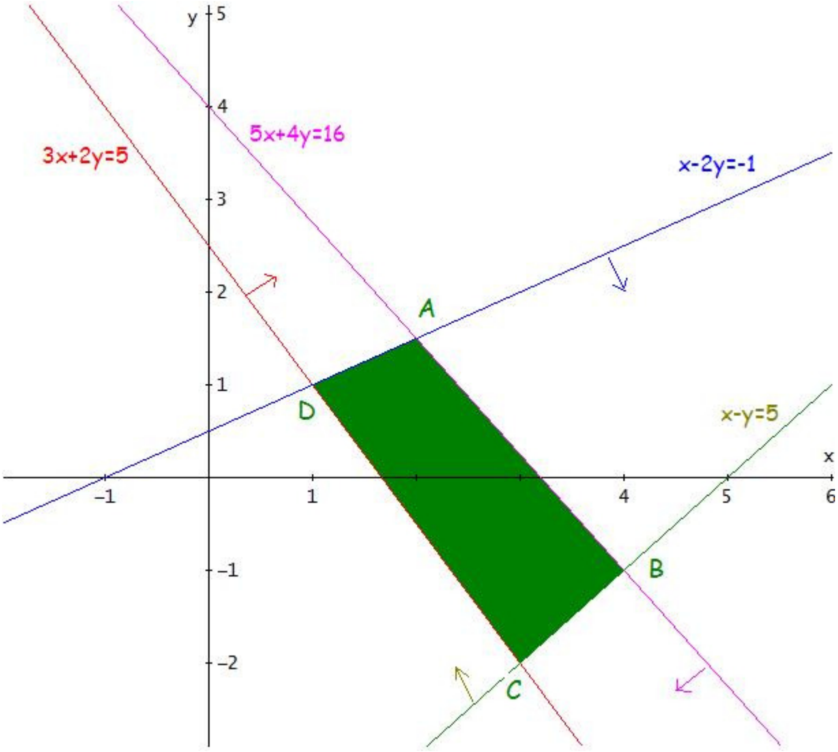
x	y
0	-5
5	0

¿(0,0) *cumple*?

$0-0\leq 5$ *Sí*



Por lo tanto el conjunto de soluciones del sistema son los puntos de la siguiente región coloreada:



b) Los vértices de la región obtenida en el apartado anterior los obtendremos calculando los siguientes puntos de corte,

$A, \quad (3)\bigcap(2)$

$$\begin{matrix}(3)\\(2)\end{matrix}\begin{cases}5x+4y=16\\x-2y=-1\end{cases}$$

$$\begin{matrix}1^{a}\\2^{a}.2\end{matrix}\begin{cases}5x+4y=16\\2x-4y=-2\end{cases}$$

sumando,

$7x=14$

$x=2$

sustituyendo en 2^{a},

$2-2y=-1$

$-2y=-1-2$

$-2y=-3$

$$y=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad A\left(2\ ,\ \frac{3}{2}\right)$$

$C, \quad (1)\bigcap(4)$

$$\begin{matrix}(1)\\(4)\end{matrix}\begin{cases}3x+2y=5\\x-y=5\end{cases}$$

$$\begin{matrix}1^{a}\\2^{a}.2\end{matrix}\begin{cases}3x+2y=5\\2x-2y=10\end{cases}$$

sumando,

$5x=15$

$x=3$

sustituyendo en 2^{a},

$3-y=5$

$-y=5-3$

$-y=2$

$$y=-2 \quad \rightarrow \quad C\left(3\ ,-2\right)$$

$B, \quad (4) \cap (3)$

$$\begin{matrix} (4) \\ (3) \end{matrix} \begin{cases} x - y = 5 \\ 5x + 4y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1^{a}.4 \\ 2^{a} \end{matrix} \begin{cases} 4x - 4y = 20 \\ 5x + 4y = 16 \end{cases}$$

sumando,

$$9x = 36$$
$$x = 4$$

sustituyendo en 1^{a},

$$4 - y = 5$$
$$-y = 5 - 4$$
$$-y = 1 \quad \rightarrow \quad y = -1 \qquad \rightarrow \quad B\,(4\,,-1)$$

$D, \quad (1) \cap (2)$

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

sumando,

$$4x = 4$$
$$x = 1$$

sustituyendo en 2^{a},

$$1 - 2y = -1$$
$$-2y = -1 - 1$$
$$-2y = -2 \quad \rightarrow \quad y = 1 \qquad \rightarrow \quad D\,(1\,,1)$$

Los vértices pedidos son los puntos

$$A(2\,,\frac{3}{2}),\ B(4\,,-1),\ C(3\,,-2)\ \ y\ \ D(1\,,1)$$

c) Sabemos que la función f(x,y) alcanzará el mínimo en alguno de los extremos de la región.

(x, y)	$f(x, y) = 3x - y$
$(2,\frac{3}{2})$	$3\,.\,2 - \frac{3}{2} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{12-3}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$
$(4,-1)$	$3\,.\,4 - (-1) = 12 + 1 = 13$
$(3\,,-2)$	$3\,.\,3 - (-2) = 9 + 2 = 11$
$(1,1)$	$3\,.\,1 - 1 = 3 - 1 = 2$ *mínimo*

Luego f(x,y) alcanza el mínimo en el punto (1 , 1) y este mínimo vale 2.