

**EJERCICIO A**

**PROBLEMA 4.** Dados los sucesos A y B, sabemos que  $p(A \cap B) = 0,1$ ,  $p(A \cup B) = 0,7$  y  $p(A/B) = 0,2$

- Calcula  $p(A)$  y  $p(B)$
- ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?
- Calcula  $p(\overline{A \cup B})$ , donde  $\overline{A}$  representa el suceso complementario de A.

*Solución:*

a) Para encontrar los valores de  $p(A)$  y  $p(B)$  planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \end{cases}$$

Sustituyendo los datos conocidos

$$\begin{cases} 0,7 = p(A) + p(B) - 0,1 \\ 0,2 = \frac{0,1}{p(B)} \end{cases}$$

de 2ª ecuación  $\rightarrow p(B) = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$

sustituyendo en 1ª,  $0,7 = p(A) + 0,5 - 0,1$ ;  $0,7 = p(A) + 0,4$ ;  $p(A) = 0,7 - 0,4 = 0,3$

Por lo tanto,  $p(A) = 0,3$  y  $p(B) = 0,5$

b) A y B son independientes cuando  $p(A \cap B) = p(A) p(B)$

Comprobación, ¿  $0,1 = 0,3 \cdot 0,5$ ?

¿  $0,1 = 0,15$ ? No.

Por lo que A y B no son sucesos independientes.

c)

$$p(\overline{A \cup B}) = p(\overline{A}) + p(B) - p(\overline{A} \cap B)$$

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$p(B) = 0,5$$

Veamos el proceso para calcular  $p(\overline{A} \cap B)$

Llamaremos E al suceso seguro, se cumple que

$$B = E \cap B = (A \cup \overline{A}) \cap B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)$$

Como  $(A \cap B) \cap (\overline{A} \cap B) = A \cap \overline{A} \cap B = \emptyset$

$$p(B) = p((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) - p((A \cap B) \cap (\overline{A} \cap B)) =$$

$$= p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) - p(\emptyset) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$$

luego  $p(\overline{A} \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0,5 - 0,1 = 0,4$

Finalmente,

$$p(\overline{A \cup B}) = p(\overline{A}) + p(B) - p(\overline{A} \cap B) = 0,7 + 0,5 - 0,4 = 0,8$$