BLOQUE A

PROBLEMA A1. Un frutero quiere liquidar 500 kg de naranjas, 400 kg de manzanas y 230 de peras. Para ello prepara dos bolsas de fruta de oferta: la bolsa A consta de 1 kg de naranjas y 2 de manzanas y la bolsa B consta de 2 kg de naranjas, 1 kg de manzanas y 1 kg de peras. Por cada bolsa del tipo A se obtiene un beneficio de 2,50 euros y 3 euros por cada una del tipo B. Suponiendo que vende todas las bolsas, ¿cuántas bolsas de cada tipo debe preparar para maximizar sus ganancias? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Solución:
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

Tipo de bolsa	*Kg de naranjas*	*Kg de manzanas*	*Kg de peras*	*beneficio*
A	*1*	*2*	*0*	*2´5*
B	*2*	*1*	*1*	*3*
Existencias	*500*	*400*	*230*	

Utilizamos las siguientes incógnitas
x = número de bolsas del tipo A que prepara
y = número de bolsas del tipo B que prepara
Las restricciones serán:
"quiere liquidar 500 kg de naranjas"; $x + 2y \le 500$
"quiere liquidar 400 kg de manzanas"; $2x + y \le 400$
"quiere liquidar 230 kg de peras"; $y \le 230$
Como x e y representan número de bolsas, la restricción para los valores de estas variables es $x, y \in N$

Los beneficios que obtiene el frutero serán: $2´5x + 3y$

El problema a resolver es:
Maximizar $z = 2´5x + 3y$

$$s.a.\ \begin{cases} x + 2y \le 500 \\ 2x + y \le 400 \\ y \le 230 \\ x,\ y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a)\quad x + 2y \le 500$

$x + 2y = 500$

x	y
0	250
500	0

¿(0,0) *cumple*?
$0 + 2.0 \le 500$ *Sí*

$(b)\quad 2x + y \le 400$

$2x + y = 400$

x	y
0	400
200	0

¿(0,0) *cumple*?
$2.0 + 0 \le 400$ *Sí*

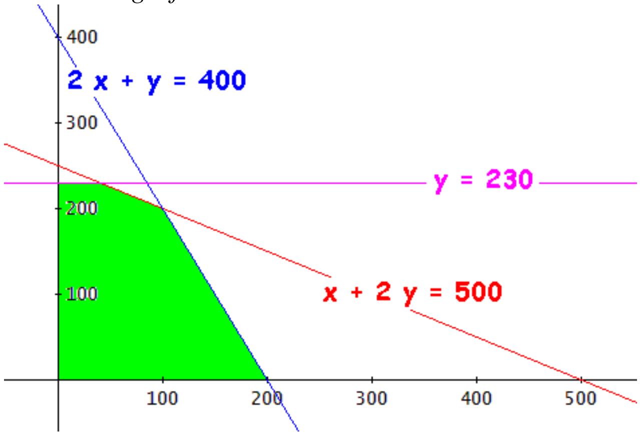
$(c)\quad y \le 230$

$y = 230$

x	y
0	230
100	230

¿(0,0) *cumple*?
$0 \le 230$ *Sí*

La representación gráfica será:



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.

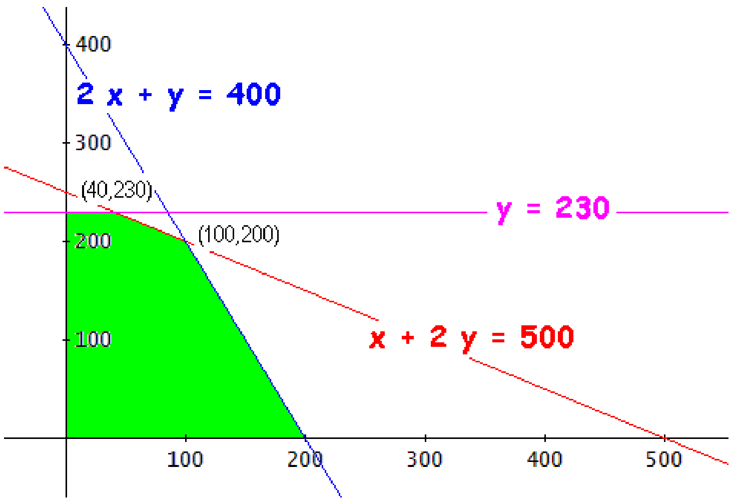
Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.
Son evidentes los vértices (0 , 0), (0 , 230) y (200 , 0); calculemos los otros dos vértices.
De (a) y (c): (40 , 230)

$$\begin{cases} x+2y=500 \\ y=230 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} x+2\,.\,230=500 \\ x+460=500 \\ x=40 \end{array}$$

De (a) y (b): (100 , 200)

$$\begin{cases} x+2y=500 \\ 2x+y=400 \end{cases} \rightarrow \ *(-2) \begin{cases} -2x-4y=-1000 \\ 2x+y=400 \end{cases}$$

sumando las ecuaciones
– 3 y = – 600; y = 200
Sustituyendo el valor de y en la 2ª ecuación: 2 x + 200 = 400; 2 x = 200; x = 100



Los vértices de la región factible son: (0, 0), (0 , 230), (40 , 230), (100 , 200) y (200 , 0). Estos vértices tienen sus coordenadas naturales, por lo que, la función de los beneficios, z, alcanza su valor máximo en los vértices de la región anterior o en alguno de los segmentos que la delimitan.
Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 2´5 x + 3 y*	
0 , 0	*2´5 . 0 + 3 . 0 = 0*	
0 , 230	*2´5 . 0 + 3 . 230 = 690*	
40 , 230	*2´5 . 40 + 3 . 230 = 790*	
100 , 200	*2´5 . 100 + 3 . 200 = 850*	*Máximo*
200 , 0	*2´5 . 200 + 3 . 0 = 500*	

El máximo se alcanza en el punto (100 , 200) lo cual quiere decir que para maximizar sus ganancias el frutero debe preparar 100 bolsas del tipo A y 200 del tipo B. De esta forma conseguirá un beneficio máximo de 850€.