BLOQUE B

PROBLEMA B2. Dada la función *f(x) = x^3 – 6 x,* se pide

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Máximos y mínimos locales.
e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

Solución:

a) Dominio y puntos de corte.

Como f(x) es una función polinómica, su dominio es todos los números reales,

$Dom\ f(x) = \Re$

Puntos de corte,

Corte con el eje OY, x = 0, $y = 0^3 - 6 \cdot 0 = 0 \rightarrow (0, 0)$

Corte con el eje OX,

$$y = 0,\quad x^3 - 6x = 0 \rightarrow x(x^2 - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6 = 0 \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \pm\sqrt{6} \approx \pm 2'4 \end{cases}$$

Por lo tanto los puntos de corte con los ejes coordenados son: $(0,0),\ (\sqrt{6},0)$ *y* $(-\sqrt{6},0)$

b) Ecuación de sus asíntotas.

Por ser una función polinómica no tiene asíntotas, ni verticales ni horizontales.

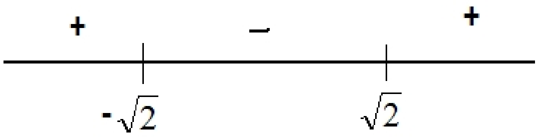
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Debemos estudiar el signo de la primera derivada.

$y = x^3 - 6x$

$y' = 3x^2 - 6$

$3x^2 - 6 = 0;\ \ 3x^2 = 6;\ \ x^2 = 2;\ \ x = \pm\sqrt{2}$. *Como y´ es un polinomio de 2º grado el signo de y´ es,*



Por lo que f(x) es creciente en $\left(-\infty, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, +\infty\right)$ *y decreciente en* $\left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right)$

d) Máximos y mínimos locales.

Del estudio realizado en el apartado anterior obtenemos que la función f(x) tiene un máximo local en x = $-\sqrt{2}$ *y un mínimo local en x =* $\sqrt{2}$.

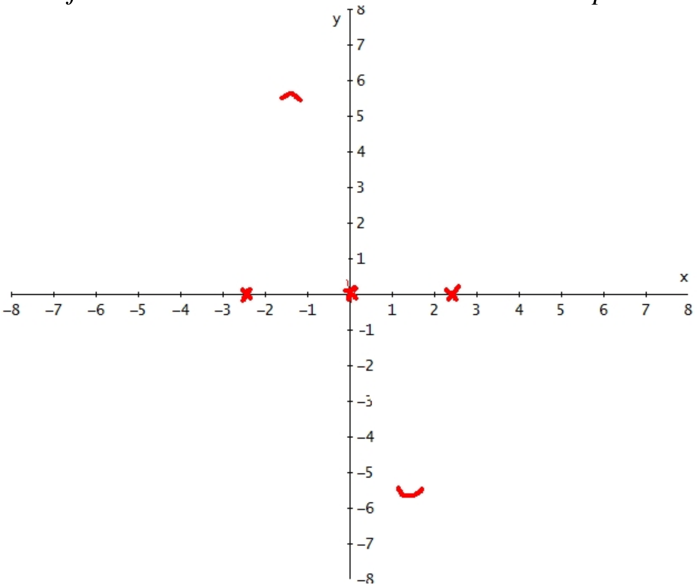
Los puntos de estos extremos locales serían,

$$x = -\sqrt{2} \rightarrow y = \left(-\sqrt{2}\right)^3 - 6\left(-\sqrt{2}\right) = -2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \rightarrow \text{Máximo local } \left(-\sqrt{2}, 4\sqrt{2}\right) \approx (-1'4, 5'6)$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow y = \left(\sqrt{2}\right)^3 - 6\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2} \rightarrow \text{Mínimo local } \left(\sqrt{2}, -4\sqrt{2}\right) \approx (1'4, -5'6)$$

e) Representación gráfica.

Marcando en los ejes coordenados los datos obtenidos en los apartados anteriores



Y la representación gráfica será,