

BLOQUE C

PROBLEMA C1. Al 20% de los alumnos de 2º de Bachillerato les gusta un grupo musical A, mientras que al 80% restante no le gusta este grupo. En cambio otro grupo musical B gusta a la mitad y no a la otra mitad. Hay un 30% de alumnos de 2º de Bachillerato al que no gusta ninguno de los dos grupos. Si se elige un estudiante de 2º Bachillerato al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que le gusten los dos grupos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los grupos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste el grupo B y no el grupo A?

Solución:

Considerando los siguientes sucesos,

A = al alumno de 2º de Bachillerato le gusta el grupo musical A

B = al alumno de 2º de Bachillerato le gusta el grupo musical B

representando por \bar{A} = al alumno de 2º de Bachillerato **no** le gusta el grupo musical A, y similarmente para B

De los datos del problema sabemos:

“Al 20% de los alumnos de 2º de Bachillerato les gusta el grupo musical A” $\rightarrow P(A) = 0.2$

“Al 80% no les gusta el grupo A” $\rightarrow P(\bar{A}) = 0.8$

“El grupo musical B gusta a la mitad” $\rightarrow P(B) = 0.5$

“El grupo musical B no gusta a la otra mitad” $\rightarrow P(\bar{B}) = 0.5$

“Hay un 30% de alumnos al que no gusta ninguno de los dos grupos” $\rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.3$

Por las leyes de Morgan,

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}, \text{ por lo tanto, } P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0.3$$

$$\text{Por sucesos complementarios, } P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0.3 = 0.7$$

a) Probabilidad de que le gusten los dos grupos.

Debemos calcular $P(A \cap B)$

$$\text{Sabemos que } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{Sustituyendo los datos conocidos, } 0.7 = 0.2 + 0.5 - P(A \cap B) \rightarrow 0.7 = 0.7 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = 0$$

b) Probabilidad de que le guste alguno de los dos grupos.

Debemos calcular $P(A \cup B)$

$$\text{Anteriormente ya hemos obtenido que } P(A \cup B) = 0.7$$

c) Probabilidad de que le guste el grupo B y no el grupo A.

Debemos calcular $P(B \cap \bar{A})$

Llamando E al suceso seguro, $B = B \cap E = B \cap (A \cup \bar{A}) = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$, por lo que

$$P(B) = P((B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) - P((B \cap A) \cap (B \cap \bar{A}))$$

como $(B \cap A) \cap (B \cap \bar{A}) = B \cap A \cap \bar{A} = B \cap \emptyset = \emptyset$ entonces $P((B \cap A) \cap (B \cap \bar{A})) = P(\emptyset) = 0$ por lo que

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$$

$$\text{sustituyendo los valores conocidos, } 0.5 = 0 + P(B \cap \bar{A}) \rightarrow P(B \cap \bar{A}) = 0.5$$