OPCIÓN A

PROBLEMA 1. En un horno mallorquín se fabrican dos tipos de ensaimadas, grandes y pequeñas. Cada ensaimada grande requiere para su elaboración 500 g. de masa y 250 g. de relleno, mientras que una pequeña requiere 250 g. de masa y 250 g. de relleno. Se dispone de 20 kg. de masa y 15 kg. de relleno. El beneficio obtenido por la venta de una ensaimada grande es de 2 euros y el de una pequeña es de 1,5 euros.

a) ¿Cuántas ensaimadas de cada tipo tiene que fabricar el horno para que el beneficio obtenido sea máximo?
b) ¿Cuál es el beneficio máximo?

Solución:
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

	Masa	*Relleno*	*Beneficio*
Ensaimadas grandes	*500 g*	*250 g*	*2 €*
Ensaimadas pequeñas	*250 g*	*250 g*	*1´50 €*
Existencias	*20 Kg = 20000 g*	*15 kg= 15000 g*	

Utilizamos las siguientes incógnitas
x = *número de ensaimadas grandes*
y = *número de ensaimadas pequeñas*
Las restricciones serán:
Por la cantidad de masa disponible; $500x + 250y \le 20000$
Por la cantidad de relleno disponible; $250x + 250y \le 15000$
Podemos simplificar ambas inecuaciones entre 250;
$2x + y \le 80$
$x + y \le 60$
Como x *e* y *representan número de ensaimadas, la restricción para los valores de estas variables es* $x, y \in N$

Los beneficios obtenidos por la venta de las ensaimadas serán: $2x + 1´5y$

a) *Para calcular cuántas ensaimadas de cada tipo hay que fabricar para maximizar el beneficio debemos resolver el siguiente problema:*
Maximizar $z = 2x + 1´5y$

$$s.a.\ \begin{cases} 2x + y \le 80 \\ x + y \le 60 \\ x,\ y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a)\quad 2x + y \le 80$

$2x + y = 80$

x	y
0	80
40	0

¿(0,0) *cumple*?
$2.0 + 0 \le 80$ *Sí*

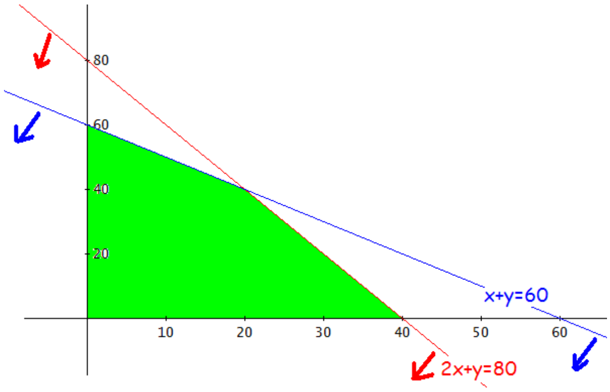
$(b)\quad x + y \le 60$

$x + y = 60$

x	y
0	60
60	0

¿(0,0) *cumple*?
$0 + 0 \le 60$ *Sí*

La representación gráfica será:



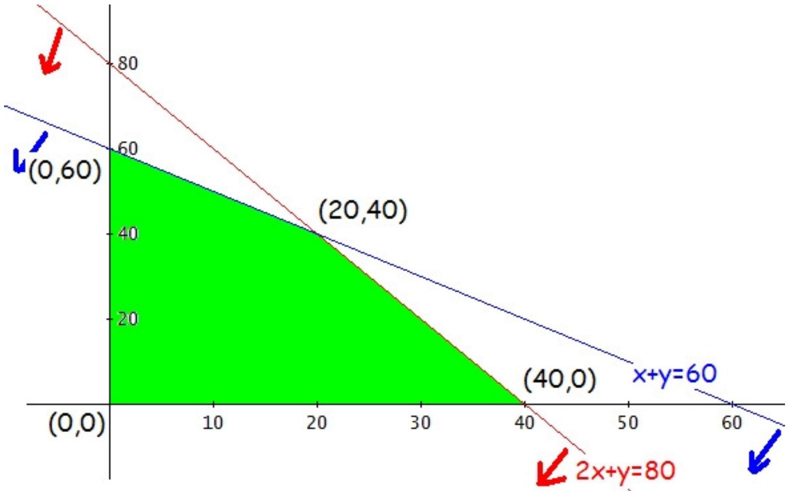
La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.
Son evidentes los vértices (0 , 0), (0 , 60) y (40 , 0); calculemos el otro vértice.
De (a) y (b):

$$\begin{cases} 2x + y = 80 \\ x + y = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 80 \\ -x - y = -60 \end{cases}$$

$$Sumando: \quad x \quad = 20$$

Sustituyendo este valor de x en la 2ª ecuación, 20 + y = 60; y = 40
Punto de corte (20 , 40)



Los vértices de la región factible son: (0, 0), (0 , 60), (20 , 40) y (40 , 0). Estos vértices tienen sus coordenadas naturales, por lo que, la función de los beneficios, z, alcanza su valor máximo en los vértices de la región anterior o en alguno de los segmentos que la delimitan.
Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 2 x + 1´5 y*	
0 , 0	*2 . 0 + 1´5 . 0 = 0*	
0 , 60	*2 . 0 + 1´5 . 60 = 90*	
20 , 40	*2 . 20 + 1´5 . 40 = 100*	*Máximo*
40 , 0	*2 . 40 + 1´5 . 0 = 40*	

El máximo se alcanza en el punto (20 , 40) lo cual quiere decir que para maximizar su beneficio hay que fabricar 20 ensaimadas grandes y 40 pequeñas.

b) De esta forma se conseguirá un beneficio máximo de 100 €.