BLOQUE A

PROBLEMA 1. Un comerciante quiere invertir hasta 1000 euros en la compra de dos tipos de aparatos, A y B, pudiendo almacenar en total hasta 80 aparatos. Cada aparato de tipo A le cuesta 15 euros y lo vende a 22, cada uno del tipo B le cuesta 11 y lo vende a 17 euros. ¿Cuántos aparatos debe comprar de cada tipo para maximizar su beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Solución:
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

Tipo de aparato	*Nº de aparatos*	*Precio compra €/unidad*	*Precio venta €/unidad*	*Beneficio*
A	*x*	*15*	*22*	*7 x*
B	*y*	*11*	*17*	*6 y*
Disponibilidad	*80*	*1000 €*		

Utilizamos las siguientes incógnitas
x = número de aparatos del tipo A
y = número de aparatos del tipo B
Las restricciones serán:
"quiere invertir hasta 1000 €"; $15\ x + 11\ y \leq 1000$
"puede almacenar hasta 80 aparatos"; $x + y \leq 80$
Como x e y representan número de aparatos, la restricción para los valores de estas variables es $x, y \in N$
Los beneficios que obtiene el comerciante serán: $7x + 6y$

El problema a resolver es:

$$\text{Maximizar } z = 7x + 6y \qquad \text{s.a.} \begin{cases} 15x + 11y \leq 1000 \\ x + y \leq 80 \\ x,\ y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a)\quad 15x + 11y \leq 1000$

$15x + 11y = 1000$

x	y
0	$\frac{1000}{11} = 90'90$
$\frac{1000}{15} = 66'66$	0

$¿(0,0)$ *cumple*?

$15 . 0 + 11 . 0 \leq 1000$ *Sí*

$(b)\quad x + y \leq 80$

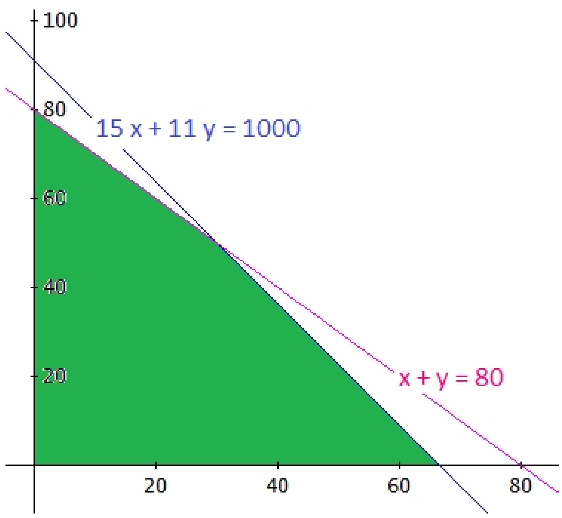
$x + y = 80$

x	y
0	80
80	0

$¿(0,0)$ *cumple*?

$0 + 0 \leq 80$ *Sí*

La representación gráfica será:



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.
Son evidentes los vértices (0 , 0), (0 , 80) y (66´66 , 0); calculemos el otro vértice.
De (a) y (b): (30 , 50)

$$\begin{cases} 15x + 11y = 1000 \\ x + y = 80 \end{cases}$$

despejando de la segunda ecuación: y = 80 – x
sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación: 15 x + 11 (80 – x) = 1000;
15 x + 880 – 11 x = 1000
4 x = 120

$$x = \frac{120}{4} = 30$$

Luego, y = 80 – 30 = 50

Los vértices de la región factible son: (0 , 0), (0 , 80) y (66´66 , 0) y (30 , 50).
De estos vértices el (66´66 , 0) no tiene sus coordenadas naturales, esperemos que el máximo se alcance en otro de los vértices para que el problema tenga una solución sencilla.
Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 7 x + 6 y*	
0 , 0	*7 . 0 + 6 . 0 = 0*	
0 , 80	*7 . 0 + 6 . 80 = 480*	
30 ,50	*7 . 30 + 6 . 50 = 510*	***Máximo***
66´66 , 0	*7 . 66´66 + 6 . 0 = 466´62*	

El máximo se alcanza en el punto (30 , 50).
Por lo tanto: para maximizar su beneficio debe comprar 30 aparatos del tipo A y 50 del tipo B.
De esta forma el beneficio máximo será de 510€.