

BLOQUE B

PROBLEMA 2. Una empresa dispone de 15 comerciales que proporcionan unos ingresos por ventas de 5750 euros mensuales cada uno. Se calcula que por cada nuevo comercial que contrate la empresa los ingresos de cada uno disminuyen en 250 euros. Calcula:

- Los ingresos mensuales de la empresa proporcionados por los 15 comerciales.
- La función que determina los ingresos mensuales que se obtendrían si se contrataran x comerciales más.
- El número total de comerciales que debe tener la empresa para que los ingresos por este medio sean máximos.
- Los ingresos máximos.

Solución:

A partir de los datos del problema podemos construir la siguiente tabla,

Nº de comerciales	Ingresos por ventas(€/comercial y mes)	Ingresos mensuales de la empresa (€)
15	5750	$15 \cdot 5750 = 86250$
$15 + 1$	$5750 - 250 \cdot 1 = 5500$	$16 \cdot 5500 = 88000$
$15 + 2$	$5750 - 250 \cdot 2 = 5250$	$17 \cdot 5250 = 89250$
$15 + x$	$5750 - 250x$	

Contestemos a cada uno de los apartados.

- Según los cálculos efectuados anteriormente, los 15 comerciales proporcionan a la empresa unos ingresos mensuales de 86250 €

- Llamando $I(x)$ a la función que nos da los ingresos mensuales contratando a x comerciales más
 $I(x) = (15 + x) \cdot (5750 - 250x) = 86250 - 3750x + 5750x - 250x^2 = -250x^2 + 2000x + 86250$
 Por lo tanto, si se contratarán x comerciales más los ingresos mensuales que se obtendrían serían
 $I(x) = -250x^2 + 2000x + 86250 \quad x \in \mathbb{N}$

- Busquemos el máximo de la función $I(x)$

$$I'(x) = -500x + 2000$$

$$-500x + 2000 = 0$$

$$-500x = -2000$$

$$x = \frac{-2000}{-500} = 4$$

Para determinar qué tipo de extremos hay en $x = 4$, estudiamos el signo de $I'(x)$ a la izquierda y derecha del 4.

$$I'(3) = -500 \cdot 3 + 2000 = 500 > 0, \quad I(x) \text{ es creciente}$$

$$I'(5) = -500 \cdot 5 + 2000 = -500 < 0, \quad I(x) \text{ es decreciente}$$

Luego en $x = 4$ hay un máximo relativo, que es el absoluto porque la función sólo tiene un extremo.

Finalmente, el número total de comerciales que debe tener la empresa para que los ingresos sean máximos es de 19 ($15 + 4$).

- Para 19 comerciales ($x = 4$) los ingresos serán de $I(4) = (15 + 4) \cdot (5750 - 250 \cdot 4) = 19 \cdot 4750 = 90250$
 Los ingresos máximos serán de 90250 €.