OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 2. En una sesión, el valor de cierta acción, en euros, vino dado por la función:

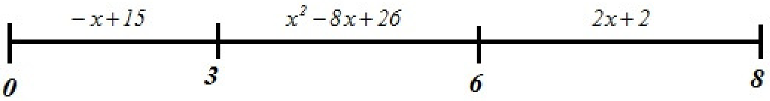
$$f(x)=\begin{cases} -x+15 & 0\le x\le 3 \\ x^2-8x+26 & 3<x\le 6 \\ 2x+2 & 6<x\le 8 \end{cases}$$

Donde x representa el tiempo, en horas, transcurrido desde el inicio de la sesión. Se pide:

a) Estudiar la continuidad de *f(x)*.
b) Calcular el valor máximo y el valor mínimo que alcanzó la acción.
c) ¿En qué momentos convino comprar y vender para maximizar el beneficio? ¿Cuál hubiera sido este?

Solución:

a) f(x) está definida en el intervalo [0 , 8] mediante tres trozos que son:



En cada uno de los trozos la definición de f(x) es un polinomio, por lo tanto en cada trozo la función es continua. Tenemos que estudiar la continuidad en los cambios de definición.

x = 3

1) f(3) = – 3 + 15 = 12

$$2)\ \lim_{x\to 3} f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}(-x+15)=-3+15=12 \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}(x^2-8x+26)=3^2-8.3+26=11 \end{cases}\Bigg\}\ 12\neq 11,\ \text{no existe } \lim_{x\to 3} f(x)$$

Luego f(x) no es continua en x = 3, en x = 3 f(x) tiene una discontinuidad de salto finito.

x = 6

1) f(6) = 6^2 – 8 . 6 + 26 = 36 – 48 + 26 = 14

$$2)\ \lim_{x\to 6} f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{x\to 6^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 6^-}(x^2-8x+26)=6^2-8.6+26=14 \\ \lim\limits_{x\to 6^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 6^+}(2x+2)=2.6+2=14 \end{cases}\Bigg\}=14$$

$$3)\ f(6)=\lim_{x\to 6} f(x)=14$$

Luego f(x) es continua en x = 6

Finalmente, ***f(x) es continua en [0 , 8] – { 3 } y en x = 3 tiene una discontinuidad de salto finito****.*

Para responder a los siguientes apartados, vamos a representar gráficamente la función.

Primer trozo, y = – x + 15, gráficamente es una línea recta. Tabla de valores para obtener principio y final,

x	$y=-x+15$
0	15
3	12

Segundo trozo, y = x^2 – 8 x + 26, gráficamente es una parábola. Tabla de valores para obtener principio y final y además el vértice de la parábola,

x	$y=x^2-8x+26$
3	11
6	18

Vértice $(4, 10)$

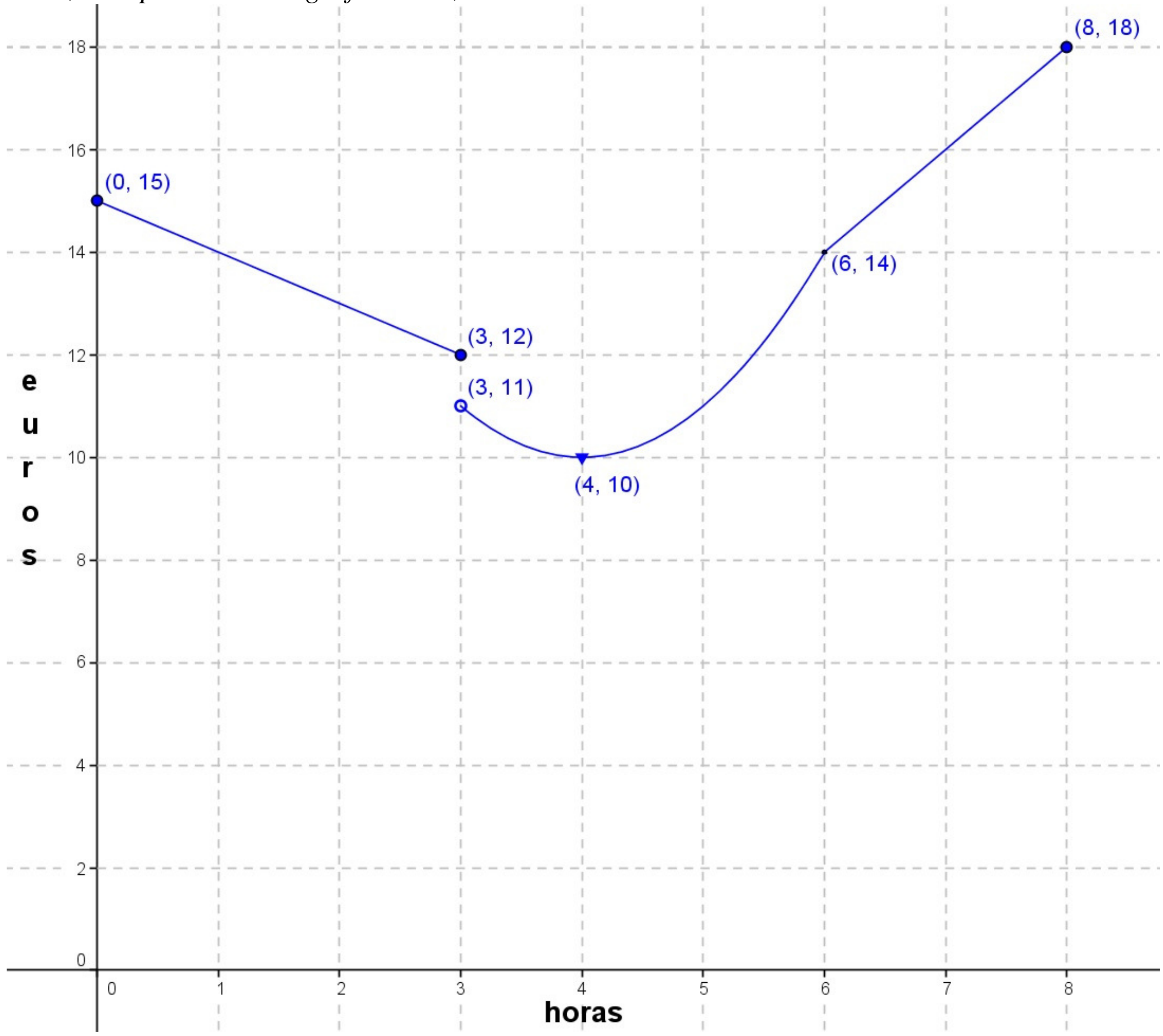
$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{8}{2}=4$$

$$y=4^2-8.4+26=10$$

Tercer trozo, y = 2 x + 2, gráficamente es una línea recta. Tabla de valores para obtener principio y final,

x	$y = 2x + 2$
6	14
8	18

Finalmente, la representación gráfica será,



Considerando los cálculos realizados anteriormente y la representación gráfica de la función f(x):

b) La acción alcanzó un ***valor máximo de 18 euros*** *y un* ***valor mínimo de 10 euros****.*

c) Para maximizar el beneficio habría que ***haber comprado a las 4 horas del inicio de la sesión*** *(que la acción estaba a 10 euros, mínimo) y* ***vender a las 8 horas del inicio de la sesión*** *(que la acción estaba a 18 euros, máximo). En este caso* ***el beneficio habría sido de 8 euros*** *(18 – 10 = 8).*