

OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 3. Una factoría dispone de tres máquinas para fabricar una misma pieza. La más antigua fabrica 1000 unidades al día, de las que el 2% son defectuosas. La segunda máquina más antigua, 3000 unidades al día, de las que el 1,5% son defectuosas. La más moderna fabrica 4000 unidades al día, con el 0,5% de defectuosas. Se pide:

- ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea defectuosa?
- Si una pieza elegida al azar es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la máquina más antigua?
- Sabiendo que una pieza elegida al azar no es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido fabricada en la máquina más moderna?

Solución:

Considerando los sucesos:

M_1 = la pieza ha sido fabricada por la máquina más antigua

M_2 = la pieza ha sido fabricada por la segunda máquina más antigua

M_3 = la pieza ha sido fabricada por la máquina más moderna

D = la pieza es defectuosa

Las tres máquinas fabrican un total de $1000 + 3000 + 4000 = 8000$ piezas, por lo que:

$$P(M_1) = \frac{1000}{8000} = \frac{1}{8}, \quad P(M_2) = \frac{3000}{8000} = \frac{3}{8}, \quad P(M_3) = \frac{4000}{8000} = \frac{4}{8}$$

La máquina M_1 fabrica un 2% de piezas defectuosas, luego en M_1

$$P(D) = \frac{2}{100} = 0'02 \quad \text{y} \quad P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0'02 = 0'98$$

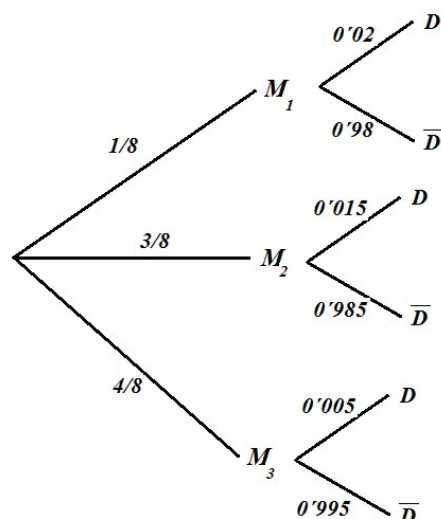
La máquina M_2 fabrica un 1'5% de piezas defectuosas, luego en M_2

$$P(D) = \frac{1'5}{100} = 0'015 \quad \text{y} \quad P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0'015 = 0'985$$

La máquina M_3 fabrica un 0'5% de piezas defectuosas, luego en M_3

$$P(D) = \frac{0'5}{100} = 0'005 \quad \text{y} \quad P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0'005 = 0'995$$

El problema podemos resumirlo en el siguiente árbol,



a) En este apartado nos preguntan por la siguiente probabilidad:

$$P(D) = P(M_1)P\left(\frac{D}{M_1}\right) + P(M_2)P\left(\frac{D}{M_2}\right) + P(M_3)P\left(\frac{D}{M_3}\right) = \frac{1}{8}0'02 + \frac{3}{8}0'015 + \frac{4}{8}0'005 = 0'010625 \approx \mathbf{0'0106}$$

b) En este apartado nos preguntan por la siguiente probabilidad:

$$P\left(\frac{M_1}{D}\right) = \frac{P(M_1 \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{1}{8}0'02}{0'010625} = 0'235294... \approx \mathbf{0'2353}$$

c) En este apartado nos preguntan por la siguiente probabilidad: $P\left(\frac{\overline{M_3}}{D}\right)$

Como las piezas son fabricadas por una de las tres máquinas entonces,

$$P\left(\frac{\overline{M_3}}{D}\right) = P\left(\frac{M_1}{D}\right) + P\left(\frac{M_2}{D}\right) = \frac{P(M_1 \cap \overline{D})}{P(\overline{D})} + \frac{P(M_2 \cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = (*)$$

Del apartado a) conocemos $P(D)$, luego $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0'010625 = 0'989375$

$$(*) = \frac{\frac{1}{8}0'98}{0'989375} + \frac{\frac{3}{8}0'985}{0'989375} = 0'497157... \approx \mathbf{0'4972}$$