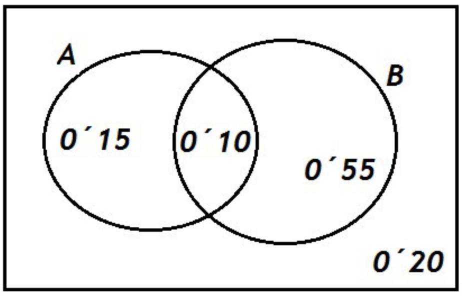
Problema 3. El 25% de los estudiantes de un instituto ha leído algún libro sobre Harry Potter y el 65% ha visto alguna película de este protagonista. Se sabe también que el 10% ha leído algún libro y ha visto alguna de las películas de este personaje. Si se elige al azar un estudiante:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje y no haya leído ningún libro sobre Harry Potter?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya leído ningún libro sobre Harry Potter y no haya visto alguna película sobre este personaje?
c) Si se sabe que ha leído algún libro de Harry Potter, ¿cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje?

Solución:
Utilizamos los siguientes sucesos:
A = el estudiante ha leído algún libro de Harry Potter
B = el estudiante ha visto alguna película de Harry Potter
De los datos del problema sabemos:
"El 25% de los estudiantes de un instituto ha leído algún libro sobre Harry Potter" → $P(A) = 0'25$
"El 65% ha visto alguna película de este protagonista" → $P(B) = 0'65$
"El 10% ha leído algún libro y ha visto alguna de las películas de este personaje" → $P(A \cap B) = 0'10$
El diagrama de Venn correspondiente a estos sucesos sería:



Los datos del diagrama provienen de los siguientes cálculos:

$P(A) - P(A \cap B) = 0'25 - 0'10 = 0'15$

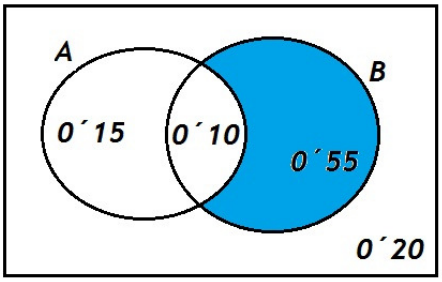
$P(B) - P(A \cap B) = 0'65 - 0'10 = 0'55$

$1 - (0'15 + 0'10 + 0'55) = 0'20$

a) Se pide $P(B \cap \overline{A})$

Lo resolvemos utilizando el diagrama de Venn.

$B \cap \overline{A}$ *es:*



Por tanto $P(B \cap \overline{A}) = 0'55$

b) Se pide $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

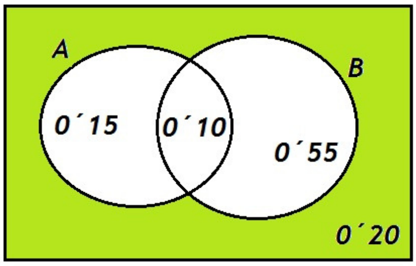
Por las leyes de Morgan: $\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$,

luego, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) =$ *(por probabilidad del complementario)* $= 1 - P(A \cup B) =$ *(por probabilidad de la unión de dos sucesos)* $= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - [0'25 + 0'65 - 0'10] = 0'20$

Por tanto, $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ $\mathbf{= 0'20}$

También se puede resolver usando el diagrama de Venn,

$\overline{A}\cap\overline{B}$ *es:*



Por tanto $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0'20$

c) Se pide $P\left(B/A\right)$

Por definición de probabilidad condicionada, $P\left(B/A\right)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}=\dfrac{0'10}{0'25}=0'4$

Por tanto, $P\left(B/A\right)=0'4$