OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 1. Una pastelería vende dos clases de cajas de bombones. En las cajas denominadas EXTRA incluye 15 bombones de tipo A y 30 de tipo B, mientras que las cajas denominadas DELUXE contienen 30 bombones de tipo A y 15 de tipo B.
Con cada bombón de tipo A obtiene un beneficio de 50 céntimos, y con cada uno de tipo B un beneficio de 40 céntimos. Denominando x al número de cajas EXTRA, e y al número de cajas DELUXE que vende, se pide:

a) Calcula la función de beneficios de la pastelería. *(2 puntos)*
b) Si dispone de 450 bombones de cada tipo, calcula el número de cajas x e y que deberá vender de cada clase para obtener un beneficio máximo. *(6 puntos)*
Calcula dicho beneficio máximo. *(2 puntos)*

Solución:
Llamando: x = *nº de cajas EXTRA*
y = *nº de cajas DELUXE*
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla:

	Bombones/caja		
Tipo de caja	***A***	***B***	*nº de cajas*
EXTRA	*15*	*30*	*x*
DELUXE	*30*	*15*	*y*
Beneficio/bombón	*0´50€*	*0´40€*	

a) ¿función de beneficios de la pastelería?
Llamando z a la función de beneficios,
$z = (15x + 30y)\,0´5 + (30x + 15y)\,0´4 = 7´5x + 15y + 12x + 6y = 19´5x + 21y$

La función de beneficios de la pastelería es: $z = 19´5x + 21y$

b) ¿x, y para que el beneficio sea máximo?
Las restricciones del problema son:
"Se dispone de 450 bombones del tipo A" $\rightarrow 15x + 30y \le 450 \rightarrow x + 2y \le 30$
"Se dispone de 450 bombones del tipo B" $\rightarrow 30x + 15y \le 450 \rightarrow 2x + y \le 30$
Como las variables x e y representan número de cajas, x e y deben ser números naturales.
El beneficio viene dado por la función: $z = 19´5x + 21y$

El problema a resolver es:

$$\text{maximizar} \quad z = 19´5x + 21y$$

$$s.a. \quad \begin{cases} x + 2y \le 30 \\ 2x + y \le 30 \\ x, y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a) \quad x+2y \le 30 \qquad (b) \quad 2x+y \le 30$

$x+2y=30$

x	y
0	15
30	0

$¿(0,0)\ cumple?$

$0+2.0 \le 30 \quad Sí$

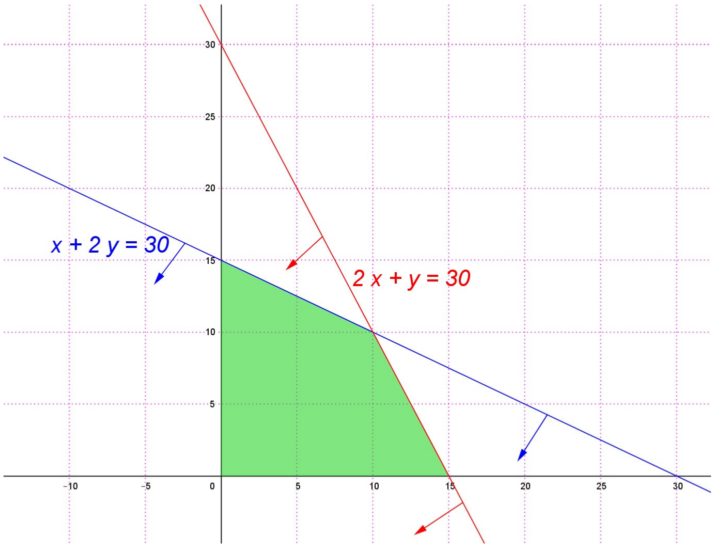
$2x+y=30$

x	y
0	30
15	0

$¿(0,0)\ cumple?$

$2.0+0 \le 30 \quad Sí$

La representación gráfica será:



La región factible está formada por los puntos de coordenadas naturales de la zona sombreada.

En los cálculos realizados para representar las restricciones hemos obtenido tres de los cuatro vértices de la región factible. Sólo falta por conocer el del punto de corte de las rectas (a) y (b).
Punto C, corte entre (a) y (b):

$$\begin{cases} x+2y=30 \\ 2x+y=30 \end{cases}$$

De la 1ª ecuación despejamos x, $\quad x = 30 - 2y$

Sustituyendo el valor de x *en la 2ª ecuación:* $2(30-2y)+y=30 \;\rightarrow\; 60-4y+y=30$

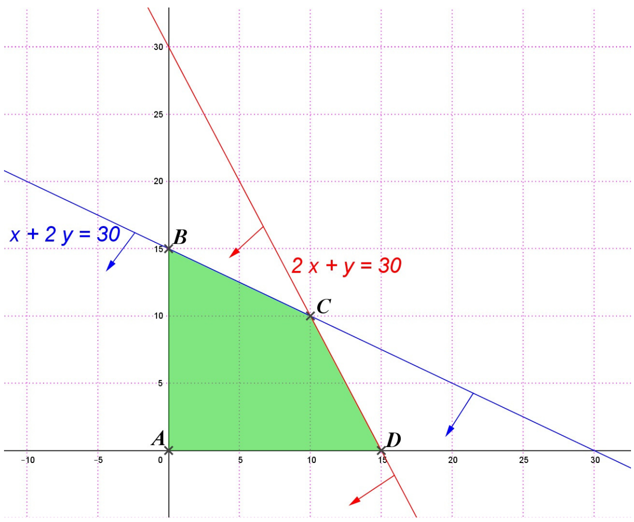
$60-3y=30 \;\rightarrow\; -3y=30-60 \;\rightarrow\; -3y=-30 \;\rightarrow\; y=10$

Y, finalmente, $x = 30 - 2 \cdot 10 = 10$

Luego $C(10, 10)$

Los vértices de la región factible son:

$A(0, 0)$, $B(0, 15)$, $C(10, 10)$ *y* $D(15, 0)$.



El máximo de la función z *en la región se alcanzará en alguno de los extremos. Calculemos los valores de la función en los vértices,*

x , y	z = 19´5 x + 21 y	
0 , 0	19´5 . 0 + 21 . 0 = 0	
0 , 15	19´5 . 0 + 21 . 15 = 315	
10 , 10	19´5 . 10 + 21 . 10 = 405	máximo
15 , 0	19´5 . 15 + 21 . 0 = 292´5	

El máximo se alcanza en el punto (10 , 10)

Por tanto, para obtener un beneficio máximo debe vender 10 cajas de bombones EXTRA y otras 10 del tipo DELUXE.
De esta forma el beneficio máximo será de 405€.