

**Problema 1.** Dada las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Calcula  $A^{-1}$ . (5 puntos)
- b) Calcula una matriz  $X$ , de orden  $3 \times 3$ , que cumpla  $A X = C$ . (5 puntos)

*Solución:*

a) Cálculo de  $A^{-1}$ .

Calculemos  $|A|$ ,  $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 15 + 10 - 25 + 4 + 9 = 19$

Como  $|A| \neq 0 \rightarrow$  existe  $A^{-1}$ . Procedamos a su cálculo,

$$A \xrightarrow{\text{menores}} \left( \begin{array}{c|c|c} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \\ \hline \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \\ \hline \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \\ \hline \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \\ \hline \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & & \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 5 & 19 & -2 \\ -8 & -19 & 7 \\ -3 & -19 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{adjuntos}} \begin{pmatrix} 5 & -19 & -2 \\ 8 & -19 & -7 \\ -3 & 19 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{traspuesta}}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ -19 & -19 & 19 \\ -2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

Finalmente,  $A^{-1} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 \\ -19 & -19 & 19 \\ -2 & -7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/19 & 8/19 & -3/19 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2/19 & -7/19 & 5/19 \end{pmatrix}$

b) ¿Matriz  $X$ ? /  $A X = C$

Como existe  $A^{-1}$ , multiplicando por la izquierda por  $A^{-1}$ ,  $A^{-1} A X = A^{-1} C$

Como  $A^{-1} A = I$ ,  $I X = A^{-1} C \rightarrow X = A^{-1} C$

Procedamos al cálculo de  $X$ ,

$$X = \begin{pmatrix} 5/19 & 8/19 & -3/19 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2/19 & -7/19 & 5/19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{35+8-24}{19} & \frac{35+8-24}{19} & \frac{35+8-24}{19} \\ -7-1+8 & -4+1+4 & -1-4+6 \\ \frac{-14-7+40}{19} & \frac{-8+7+20}{19} & \frac{-2-28+30}{19} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Por tanto,  $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$