

**Problema 2.** La caída de un meteorito en la Antártida provocó el deshielo de una superficie con una extensión en  $\text{km}^2$  que viene dada por  $f(t) = \frac{10t + 21}{t + 3}$ , siendo  $t$  el número de días transcurridos desde el impacto.

- a) ¿Cuál fue la superficie deshelada después de 6 días del impacto? ¿Y después de 87 días?  
(2 puntos)
- b) Estudia si la superficie deshelada crece o decrece a lo largo del tiempo. (3 puntos)
- c) Otro científico afirmó que la superficie deshelada venía dada por la función

$$g(t) = 10 - \frac{9}{t + 3}$$

Comprueba si hay o no diferencias entre las dos funciones  $f(t)$  y  $g(t)$ . (2 puntos)

- d) ¿Tiene algún límite la extensión del deshielo? (3 puntos)

*Solución:*

a) Después de 6 días

$$t = 6 \rightarrow f(6) = \frac{10 \cdot 6 + 21}{6 + 3} = 9$$

**Después de 6 días del impacto la superficie deshelada fue de  $9 \text{ km}^2$ .**

Después de 87 días

$$t = 87 \rightarrow f(87) = \frac{10 \cdot 87 + 21}{87 + 3} = 9,9$$

**Después de 87 días del impacto la superficie deshelada fue de  $9,9 \text{ km}^2$ .**

b) Estudiemos el crecimiento-decrecimiento de  $f(t)$ ,  $t \geq 0$ .

$$f'(t) = \frac{10(t+3) - (10t+21)1}{(t+3)^2} = \frac{10t+30-10t-21}{(t+3)^2} = \frac{9}{(t+3)^2}$$

Por tanto  $f'(t)$  para  $t > 0$  es siempre positiva (numerador positivo y denominador, elevado al cuadrado, también positivo). Luego  $f(t)$  es creciente para  $t > 0$ .

**En conclusión, la superficie deshelada crece a lo largo del tiempo.**

c) Comparemos las funciones  $f(t)$  y  $g(t)$ .

$$\begin{aligned} f(t) - g(t) &= \frac{10t + 21}{t + 3} - \left( 10 - \frac{9}{t + 3} \right) = \frac{10t + 21}{t + 3} - 10 + \frac{9}{t + 3} = \frac{10t + 21 - 10(t + 3) + 9}{t + 3} = \frac{10t + 21 - 10t - 30 + 9}{t + 3} = \\ &= \frac{0}{t + 3} = 0 \end{aligned}$$

**Es decir, las funciones  $f(t)$  y  $g(t)$  son iguales.**

d) Para comprobar si tiene algún límite la extensión del deshielo calculemos el siguiente límite:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{10t + 21}{t + 3} = \left( \frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{10t}{t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} 10 = 10$$

**Por tanto, el límite de la extensión del deshielo está en  $10 \text{ km}^2$ .**