

Problema 3. En una casa hay tres llaveros. El primer llavero (AZUL) tiene 5 llaves. El segundo (ROJO) tiene 4 llaves y el tercero (VERDE) tiene 3 llaves. En cada llavero hay una única llave que abre la puerta del trastero. Se escoge al azar uno de los llaveros. Se pide:

- Calcula la probabilidad de abrir el trastero con la primera llave que se prueba del llavero escogido. (3 puntos)
- Si se abre el trastero con la primera llave que se prueba, ¿cuál es la probabilidad de que se haya escogido el llavero VERDE? (4 puntos)
- ¿Cuál es la probabilidad de que la primera llave que se prueba del llavero escogido al azar no abra y sí que lo haga una segunda (distinta de la anterior) que se prueba del mismo llavero? (3 puntos)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

A = escoger el llavero azul

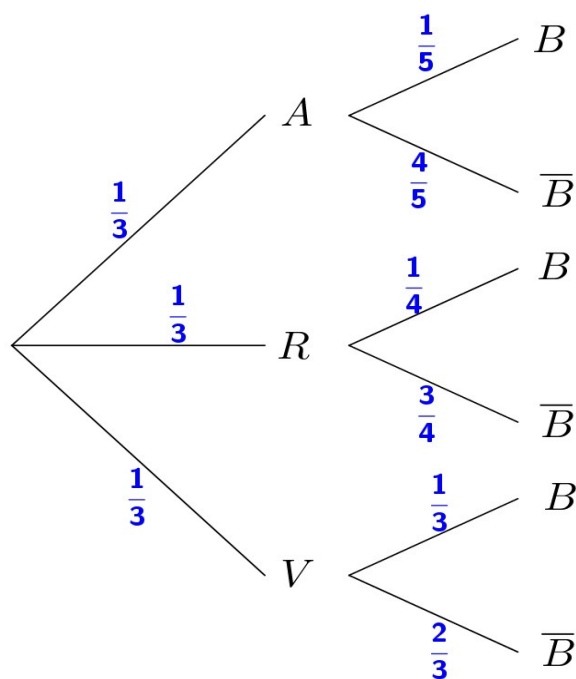
R = escoger el llavero rojo

V = escoger el llavero verde

B = la llave abre

\bar{B} = la llave no abre

Considerando todos los datos del enunciado, el árbol del problema será:



a) Probabilidad de abrir el trastero con la primera llave que se prueba del llavero escogido:

$$P(B) = P(A) P(B/A) + P(R) P(B/R) + P(V) P(B/V) = \frac{1}{3} \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \frac{1}{3} = \frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{47}{180} = 0'2611$$

La probabilidad de abrir el trastero con la primera llave que se prueba del llavero escogido es 0'2611

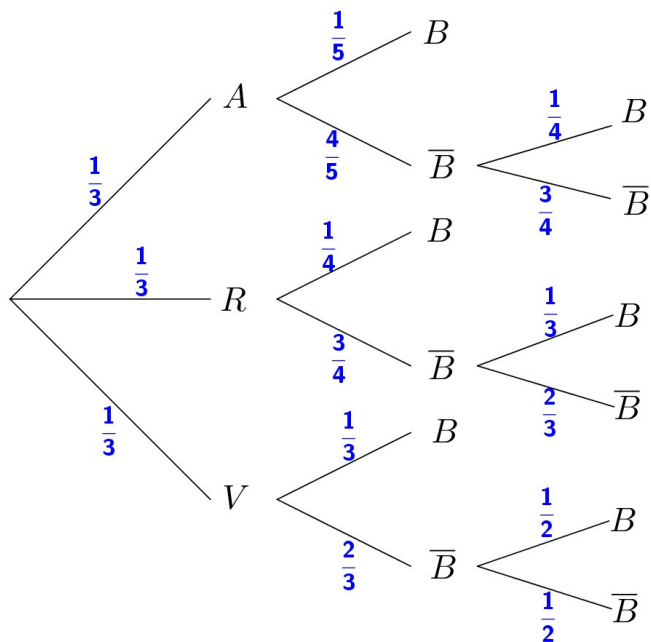
b) Si se abre el trastero con la primera llave que se prueba, ¿cuál es la probabilidad de que se haya escogido el llavero VERDE?

$$\text{Se pide } P(V/B) = \frac{P(V \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \frac{1}{3}}{\frac{47}{180}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{47}{180}} = \frac{20}{47} = 0'4255$$

Si se abre el trastero con la primera llave que se prueba, la probabilidad de que se haya escogido el llavero VERDE es 0'4255

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera llave que se prueba del llavero escogido al azar no abra y sí que lo haga una segunda (distinta de la anterior) que se prueba del mismo llavero?

El árbol del problema, ahora, es el siguiente:



Hay que calcular $P(1^{\text{a}} \text{ llave no abre y } 2^{\text{a}} \text{ llave si}) = P(I^{\text{a}} \bar{B} \cap 2^{\text{a}} B)$

$$P(I^{\text{a}} \bar{B} \cap 2^{\text{a}} B) = \frac{1}{3} \frac{4}{5} \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \frac{3}{4} \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \frac{2}{3} \frac{1}{2} = \frac{1}{15} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{47}{180} = 0,2611$$

La probabilidad de que la primera llave que se prueba del llavero escogido al azar no abra y sí que lo haga una segunda (distinta de la anterior) que se prueba del mismo llavero es 0,2611