OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 1. Un inversor dispone de 9000 euros y quiere invertir en dos tipos de productos financieros: A y B. La inversión en el producto A debe superar los 5000 euros y, además, esta debe ser el doble, al menos, que la inversión en el producto B. Se sabe que la rentabilidad del producto A es del, 2,7% y la del producto B del 6,3%.

a) ¿Cuánto ha de invertir en cada producto para que la rentabilidad sea máxima? *(2 puntos)*

b) ¿Cuál es esa rentabilidad máxima? *(2 puntos)*

Solución:

Llamando: x = *cantidad invertida en el producto A*

y = *cantidad invertida en el producto B*

Los datos del problema proporcionan las siguientes restricciones:

"Un inversor dispone de 9000 euros" $\rightarrow$ $x + y \leq 9000$

"La inversión en A debe superar los 5000 euros" $\rightarrow$ $x \geq 5000$

"La inversión en A debe ser el doble, al menos, que en B" $\rightarrow$ $x \geq 2y$

Como las variables x e y representan dinero deben ser mayores o iguales a cero.

A renta al 2´7 % y B al 6´3%. La rentabilidad total será: $\frac{2'7\,x}{100} + \frac{6'3\,y}{100} = 0'027x + 0'063y$

El beneficio viene dada por la función: $z = 0'027\,x + 0'063\,y$

El problema a resolver es:

$$\text{maximizar} \quad z = 0'027\,x + 0'063\,y$$

$$s.a. \begin{cases} x + y \leq 9000 \\ x \geq 5000 \\ x \geq 2y \\ x,\ y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 9000$

$x + y = 9000$

x	y
0	9000
9000	0

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 9000$ Sí

(b) $x \geq 5000$

$x = 5000$

x	y
0	5000
9000	5000

¿(6000,0) cumple?

$6000 \geq 5000$ Si

(c) $x \geq 2y$

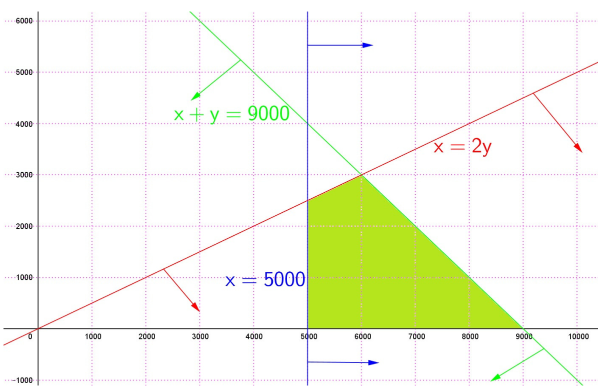
$x = 2y$

x	y
0	0
10000	5000

¿(6000,0) cumple?

$6000 \leq 2 \cdot 0$ Sí

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de la zona sombreada.

Vértices de la región factible:

los que están en el eje horizontal son A (5000 , 0) y B (9000 , 0),

los restantes los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

Punto C, corte entre (a) y (c):

$$\begin{cases} x + y = 9000 \\ x = 2y \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: $2y + y = 9000 \rightarrow 3y = 9000 \rightarrow y = 3000$

$x = 2 \cdot 3000 = 6000$

Luego C (6000 , 3000)

Punto D, corte entre (b) y (c):

$$\begin{cases} x = 5000 \\ x = 2y \end{cases}$$

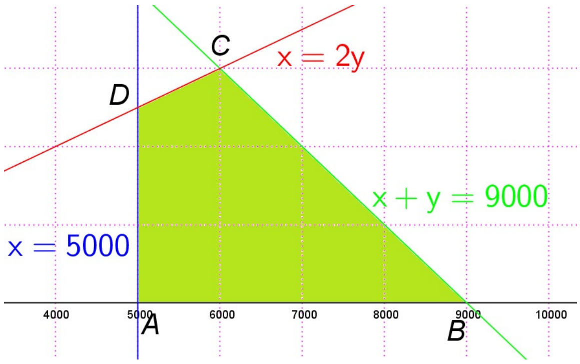
Sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación:

$5000 = 2y \rightarrow y = 2500$

Por tanto, D (5000 , 2500)

Los vértices de la región factible son:

A (5000, 0), B (9000 , 0), C (6000 , 3000) y D (5000 , 2500).



El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	z = 0´027 x + 0´063 y	
5000 , 0	0´027 . 5000 + 0´063 . 0 = 135	
9000 , 0	0´027 . 9000 + 0´063 . 0 = 243	
6000 , 3000	0´027 . 6000 + 0´063 . 3000 =351	máximo
5000 , 2500	0´027 . 5000 + 0´063 . 2500 = 292´5	

El máximo se alcanza en el punto (6000 , 3000)

Por tanto,

a) ***Para que la rentabilidad sea máxima debe invertir 6000 euros en el producto A y 3000 euros en el producto B.***

b) ***La rentabilidad máxima será de 351€.***