

OPCIÓN A

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 3. En una cierta ciudad, las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV, de los cuales, las tres octavas partes han contratado algún servicio de televisión de pago, porcentaje que baja al 30% si consideramos el total de los hogares. Si se elige un hogar al azar

- ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago? (3 puntos)
- ¿Cuál es la probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago? (4 puntos)
- ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago? (3 puntos)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

A = el hogar tiene Smart TV

B = el hogar tiene televisión de pago

\bar{A} = el hogar no tiene Smart TV

\bar{B} = el hogar no tiene televisión de pago

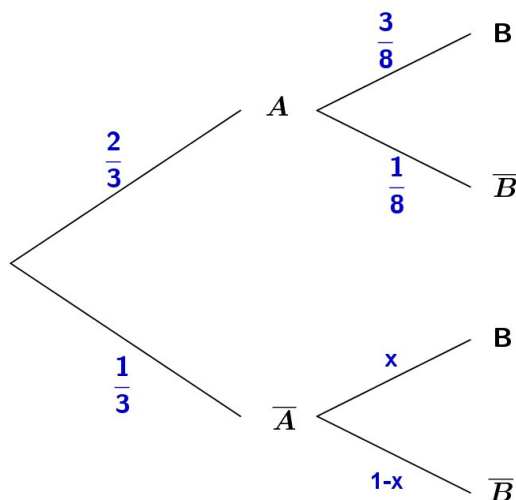
Considerando todos los datos del enunciado,

“las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV” $\rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$ y $P(\bar{A}) = \frac{1}{3}$

“de los que tiene Smart TV, $\frac{3}{8}$ tienen televisión de pago” $\rightarrow P(B/A) = \frac{3}{8}$ y $P(\bar{B}/A) = \frac{5}{8}$

“el 30% de los hogares tienen televisión de pago” $\rightarrow P(B) = 0.30$

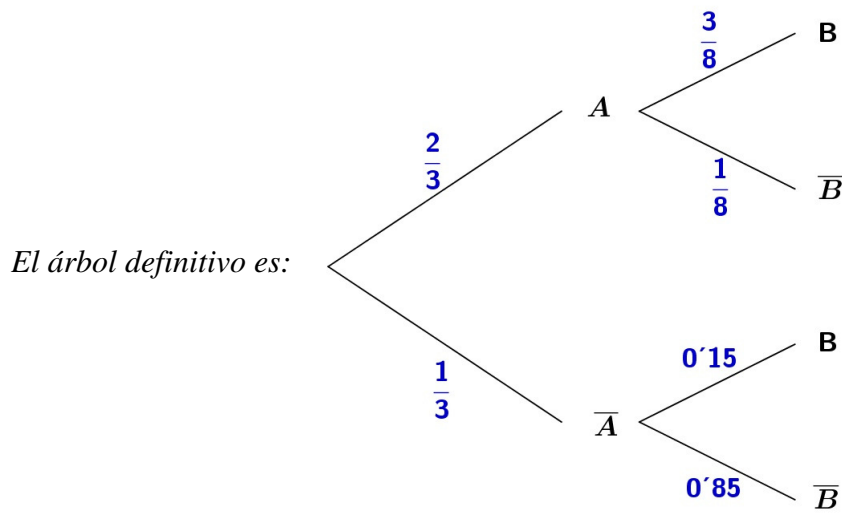
El árbol del problema será:



Determinamos el valor de x considerando que $P(B) = 0.3$

Del árbol, $P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot x = \frac{1}{4} + \frac{x}{3}$

Luego, $\frac{1}{4} + \frac{x}{3} = 0.3 \rightarrow \frac{3+4x}{12} = 0.3 \rightarrow 3+4x = 3.6 \rightarrow 4x = 0.6 \rightarrow x = \frac{0.6}{4} = 0.15$



a) Probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago.

La probabilidad pedida es: $P(\bar{A} \cap B)$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{3} \cdot 0.15 = 0.05$$

b) Probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago.

La probabilidad pedida es: $P(A/B)$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}}{0.3} = 0.8333$$

c) Probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago.

La probabilidad pedida es: $P(\bar{A}/\bar{B})$

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.85}{1 - P(B)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.85}{1 - 0.3} = 0.4048$$