**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas**

**Problema 1.** En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros,

a) ¿cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste? *(8 puntos)*
b) ¿Cuál será dicho coste mínimo? *(2 puntos)*

*Solución:*
*Llamando:* $x$ = *nº de sacos de la marca A*
$y$ = *nº de sacos de la marca B*
*Los datos del problema los resumimos en la tabla:*

| *Saco* | *Kg de piensos animales* | *Kg de piensos vegetales* | *Euros/saco* |
|---|---|---|---|
| *A* | *7* | *3* | *12* |
| *B* | *6* | *4* | *11* |

*El enunciado nos dice las necesidades diarias de cada animal y el problema pregunta por las necesidades semanales de la explotación ganadera (que tiene 100 animales).*

*Las restricciones serán:*

*"Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal"* $\rightarrow$ *100 animales durante siete días necesitan* $5 \,.\, 100 \,.\, 7 = 3500$ *Kg* $\rightarrow$ $7x + 6y \geq 3500$

*"Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal"* $\rightarrow$ *100 animales durante siete días necesitan* $3 \,.\, 100 \,.\, 7 = 2100$ *Kg* $\rightarrow$ $\rightarrow 3x + 4y \geq 2100$

*Como las variables* $x$ *e* $y$ *representan sacos, deben ser números naturales.*

*El coste de la fertilización viene dado por la función:* $z = 12x + 11y$

*El problema a resolver es:*

$$\text{minimizar} \quad z = 12x + 11y$$

$$\text{s.a.} \quad \begin{cases} 7x + 6y \geq 3500 \\ 3x + 4y \geq 2100 \\ x, y \in N \end{cases}$$

*Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.*

$7x + 6y \geq 3500$

$7x + 6y = 3500$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $0$ | $\frac{3500}{6} \approx 583'33$ |
| $\frac{3500}{7} = 500$ | $0$ |

¿(0,0) cumple?
$7 \cdot 0 + 6 \cdot 0 \geq 3500$ No

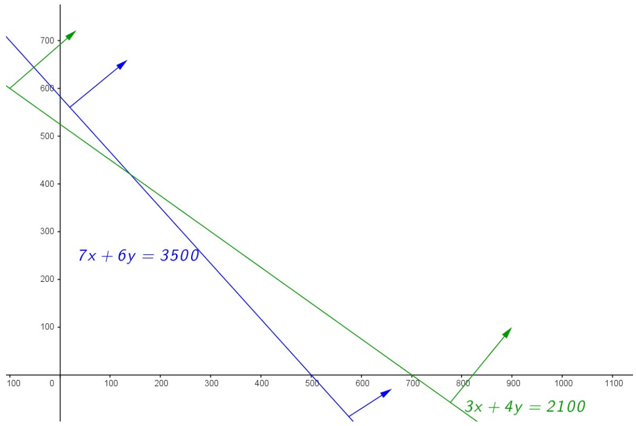
$3x + 4y \geq 2100$

$3x + 4y = 2100$

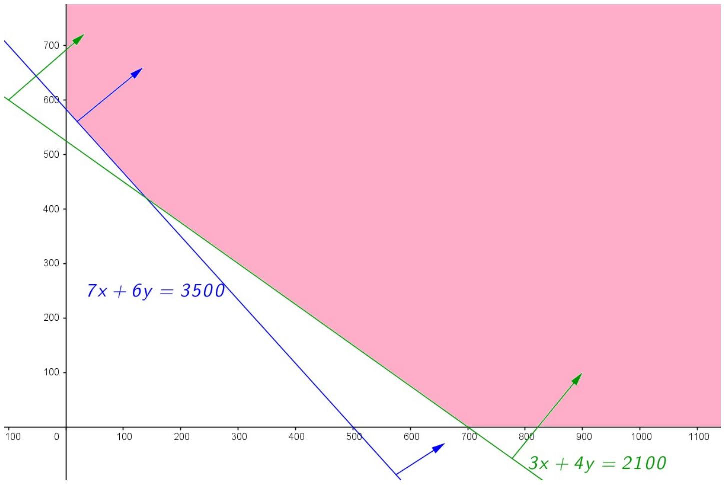
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $0$ | $\frac{2100}{4} = 525$ |
| $\frac{2100}{3} = 700$ | $0$ |

¿(0,0) cumple? $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \geq 2100$ No

*La representación gráfica será:*




***La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada. Es una región factible abierta.***




*Vértices de la región factible:*

*el del eje horizontal y vertical los obtuvimos en los cálculos para la representación: ( 700 , 0 ) y* $\left(0, \frac{3500}{6}\right)$*. Falta el punto de corte entre las dos rectas.*

*Corte entre las rectas:*

$$\begin{cases} 7x + 6y = 3500 \\ 3x + 4y = 2100 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} *3 \\ *(-7) \end{matrix} \begin{cases} 21x + 18y = 10500 \\ -21x - 28y = -14700 \end{cases}$$

*Sumando ambas ecuaciones:* $-10\,y = -4200 \rightarrow y = \frac{-4200}{-10} = 420$

*Sustituyendo el valor de* $y$ *en la* $2^a$ *ecuación,*

$3\,x + 4 \,.\, 420 = 2100; \quad 3\,x + 1680 = 2100; \quad 3\,x = 420; \quad x = \frac{420}{3} = 140$

*Luego punto de corte ( 140 , 420 )*

*Los vértices de la región factible son:* $\left(0, \frac{3500}{6}\right)$*, ( 140 , 420 ) y ( 700 , 0 ).*

*El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,*

| *x , y* | *z = 12 x + 11 y* | |
|---|---|---|
| $0, \frac{3500}{6}$ | $12 \,.\, 0 + 11 \,.\, \frac{2200}{3} = 6416'67$ | |
| *140 , 420* | *12 . 140 + 11 . 420 = 6300* | *mínimo* |
| *700, 0* | *12 . 700+ 11 . 0 = 7700* | |

*El mínimo se alcanza en el punto ( 140 , 420 )*

*Por tanto,*

***a)*** ***Para minimizar el coste, semanalmente hay que comprar 140 sacos de la marca A y 420 de la marca B.***

***b)*** ***El coste mínimo sería de 6300€ a la semana.***