

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas

Problema 2. En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

(Planteamiento correcto 5 puntos --- Resolución correcta 5 puntos)

Solución:

Llamando: $x = n^{\circ}$ de trabajadores de la categoría A
 $y = n^{\circ}$ de trabajadores de la categoría B
 $z = n^{\circ}$ de trabajadores de la categoría C

Del enunciado del problema obtenemos:

	Trabajadores	salario	Salario modificado
A	x	800	$(\uparrow 4\%) 800 \cdot 1,04 = 832$
B	y	1000	$(=) 1000$
C	z	2000	$(\downarrow 10\%) 2000 \cdot 0,90 = 1800$
Totales	57	62000	$(\downarrow 2\%) 6200 \cdot 0,98 = 60760$

Por el total de trabajadores, $x + y + z = 57$

Por el salario del mes, $800x + 1000y + 2000z = 62000$

Por el salario modificado, $832x + 1000y + 1800z = 60760$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ 800x + 1000y + 2000z = 62000 \\ 832x + 1000y + 1800z = 60760 \end{cases}$$

Lo resolveremos por Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 800 & 1000 & 2000 & 62000 \\ 832 & 1000 & 1800 & 60760 \end{array} \right) \begin{array}{l} F_2 - 800 F_1 \\ F_3 - 832 F_1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 200 & 1200 & 16400 \\ 0 & 168 & 968 & 13336 \end{array} \right) \begin{array}{l} F_2 / 200 \\ F_3 - 168 F_2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 89 \\ 0 & 1 & 6 & 82 \\ 0 & 168 & 968 & 13336 \end{array} \right)$$

$$F_3 - 168 F_2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 89 \\ 0 & 1 & 6 & 82 \\ 0 & 0 & -40 & -440 \end{array} \right)$$

$$\text{De } F_3 \rightarrow -40z = -440 \rightarrow z = \frac{-440}{-40} = 11$$

$$\text{De } F_2 \rightarrow y + 6z = 82 \rightarrow y + 6 \cdot 11 = 82 \rightarrow y + 66 = 82 \rightarrow y = 82 - 66 = 16$$

$$\text{De } F_1 \rightarrow x + y + z = 57 \rightarrow x + 16 + 11 = 57 \rightarrow x + 27 = 57 \rightarrow x = 57 - 27 = 30$$

Solución: en la empresa hay 30 trabajadores de la categoría A, 16 de la B y 11 de la C.