Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 2. Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo? *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*

Solución:
Llamando: x = *nº de cajas del tipo A*
y = *nº de cajas del tipo B*
Los datos del problema los resumimos en la tabla:

	Tarros de miel			*Beneficio*
Caja	*romero*	*azahar*	*multifloral*	*euros/caja*
A	*2*	*2*	*1*	*7*
B	*1*	*2*	*2*	*5*

Las restricciones serán:
"la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero" $\rightarrow$ $2x + y \leq 280$
"la empresa dispone de 300 tarros de miel de azahar" $\rightarrow$ $2x + 2y \leq 300$
"la empresa dispone de 250 tarros de miel multifloral" $\rightarrow$ $x + 2y \leq 250$

Como las variables x *e* y *representan sacos, deben ser números naturales.*

El beneficio viene dado por la función: $z = 7x + 5y$

El problema a resolver es:

$$\text{minimizar} \quad z = 7x + 5y$$
$$s.a. \quad \begin{cases} 2x + y \leq 280 \\ 2x + 2y \leq 300 \\ x + 2y \leq 250 \\ x,\ y \in N \end{cases}$$

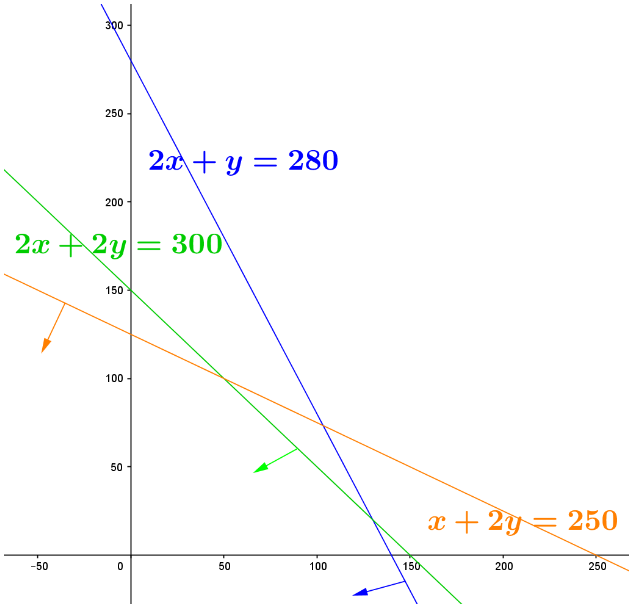
Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$2x + y \leq 280$
$2x + y = 280$
$$\begin{array}{r|r} x & y \\ \hline 0 & 280 \\ \frac{280}{2} = 140 & 0 \end{array}$$
¿(0,0) cumple?
$2 \cdot 0 + 0 \leq 280$ *Sí*

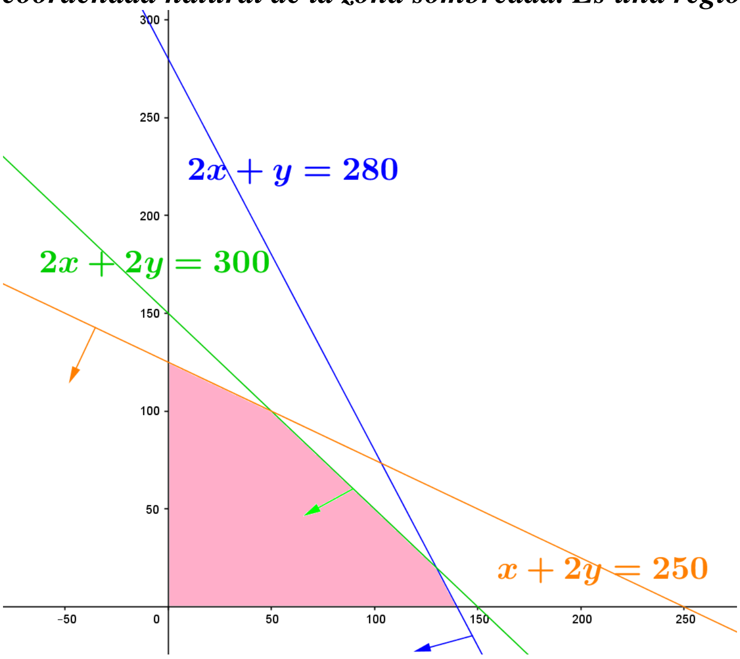
$2x + 2y \leq 300$
$2x + y = 300$
$$\begin{array}{r|r} x & y \\ \hline 0 & 300 \\ \frac{300}{2} = 150 & 0 \end{array}$$
¿(0,0) cumple?
$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \leq 300$ *Sí*

$x + 2y \leq 250$
$x + y = 250$
$$\begin{array}{r|r} x & y \\ \hline 0 & \frac{250}{2} = 125 \\ 250 & 0 \end{array}$$
¿(0,0) cumple?
$0 + 2 \cdot 0 \leq 250$ *Sí*

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada. Es una región factible cerrada.



Vértices de la región factible:

El (0 , 0); el del eje horizontal y vertical los obtuvimos en los cálculos para la representación: (140 , 0) y (0 , 125). Faltan los puntos de corte entre las rectas.

Corte entre las rectas:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 300 \\ x + 2y = 250 \end{cases}$$

Restando ambas ecuaciones: x = 50
Sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación,
50 + 2 y = 250; 2 y = 250 – 50; 2 y = 200; y = 100

Luego punto de corte (50 , 100)

$$\begin{cases} 2x + 2y = 300 \\ 2x + y = 280 \end{cases}$$

Restando ambas ecuaciones: y = 20
Sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación,
2 x + 20 = 280; 2 x = 280 – 20; 2 x = 260; x = 130

Luego punto de corte (130 , 20)

Los vértices de la región factible son: (0 , 0), (0 , 125), (50 , 100), (130 , 20) y (140 , 0).

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los vértices de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 7 x + 5 y*	
0 , 0	*7 . 0 + 5 .0 = 0*	
0 , 125	*7 . 0 + 5 .125 = 625*	
50 , 100	*7 . 50 + 5 .100 = 850*	
130 , 20	*7 . 130 + 5 .20 = 1010*	*máximo*
140 , 0	*7 . 140 + 5 .0 = 9800*	

El máximo se alcanza en el punto (130 , 20)

Por tanto,

a) ***Para obtener un beneficio máximo diariamente debe comercializar 130 cajas del tipo A y 20 del tipo B.***

b) ***El beneficio máximo será de 1010€ al día.***