

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas**

**Problema 5.** Entre los clientes de una compañía de seguros de automóviles, un 30% tiene menos de 30 años, un 55% tiene entre 30 y 60 años, y el 15% restante tiene más de 60 años. Se sabe que, entre los clientes de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado; entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado; y entre los clientes de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado. Seleccionamos al azar un cliente de la compañía.

- Llamemos A al suceso “el cliente seleccionado tiene más de 60 años” y llamemos B al suceso “el cliente seleccionado no presentó parte de accidente año pasado”. Calcula  $P(A \cup B)$ . (3 puntos)
- Llamemos C al suceso “el cliente seleccionado tiene 30 años o más” y D al suceso “el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula  $P(C \cap D)$ . (3 puntos)
- Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos. (4 puntos)

*Solución:*

En este problema en los datos iniciales hay unos rangos de edades pero posteriormente en los apartados hay otros. Vamos a considerar los siguientes sucesos:

- $M_1$  = el cliente seleccionado tiene menos de 30 años  
 $M_2$  = el cliente seleccionado tiene entre 30 y 60 años  
 $M_3$  = el cliente seleccionado tiene más de 60 años  
 $B$  = el cliente seleccionado no presentó parte de accidentes  
 $D$  = el cliente seleccionado presentó parte de accidentes

Del enunciado del problema se deduce que:

“un 30% tiene menos de 30 años”  $\rightarrow P(M_1) = 0'30$

“un 55% tiene entre 30 y 60 años”  $\rightarrow P(M_2) = 0'55$

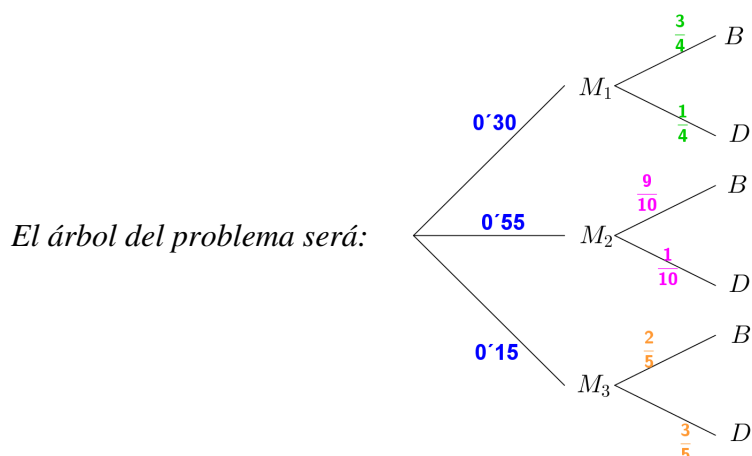
“el 15% restante tiene más de 60 años”  $\rightarrow P(M_3) = 0'15$

“entre los de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte”  $\rightarrow P\left(\frac{B}{M_1}\right) = \frac{3}{4}$  y  $P\left(\frac{D}{M_1}\right) = \frac{1}{4}$

“entre los que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte”  $\rightarrow P\left(\frac{B}{M_2}\right) = \frac{9}{10}$  y

$P\left(\frac{D}{M_2}\right) = \frac{1}{10}$

“entre los de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte”  $\rightarrow P\left(\frac{B}{M_3}\right) = \frac{2}{5}$  y  $P\left(\frac{D}{M_3}\right) = \frac{3}{5}$



a) Llamamos  $A =$  "el cliente seleccionado tiene más de 60 años"  $= M_3$   
 Debemos calcular  $P(A \cup B) = P(M_3 \cup B)$

$$P(M_3 \cup B) = P(M_3) + P(B) - P(M_3 \cap B)$$

Del árbol del problema obtenemos:

$$P(M_3) = 0.15; \quad P(B) = 0.30 \frac{3}{4} + 0.55 \frac{9}{10} + 0.15 \frac{2}{5} = \frac{39}{50} = 0.78; \quad P(M_3 \cap B) = 0.15 \frac{2}{5} = 0.06$$

$$\text{y } P(M_3 \cup B) = 0.15 + 0.78 - 0.06 = 0.87$$

**Respuesta:**  $P(A \cup B) = 0.87$ .

b) Llamamos  $C =$  "el cliente seleccionado tiene más de 30 o más años"  $= M_2 \cup M_3$   
 Debemos calcular  $P(C \cap D) = P[(M_2 \cup M_3) \cap D] = P[(M_2 \cap D) \cup (M_3 \cap D)] =$

$$= P(M_2 \cap D) + P(M_3 \cap D) - P[(M_2 \cap D) \cap (M_3 \cap D)]^*$$

Por definición  $M_2$  y  $M_3$  son sucesos incompatibles, se refieren a rangos de edades diferentes, y por tanto  $M_2 \cap M_3 = \emptyset$ , luego  $P[(M_2 \cap D) \cap (M_3 \cap D)] = 0$

Las otras dos probabilidades las obtenemos del árbol del problema,

$$^* = 0.55 \frac{1}{10} + 0.15 \frac{3}{5} = 0.145.$$

**Solución:**  $P(C \cap D) = 0.145$ .

c) Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos.

La probabilidad pedida es  $P(M_1 \cup M_2 / D)$

Por definición de los sucesos  $M_1, M_2$  y  $M_3$ ,  $M_3$  es el complementario de  $M_1 \cup M_2$

Por tanto,

$$P(M_1 \cup M_2 / D) = 1 - P(M_3 / D) = 1 - \frac{P(M_3 \cap D)}{P(D)} = 1 - \frac{0.15 \frac{3}{5}}{0.30 \frac{1}{4} + 0.55 \frac{1}{10} + 0.15 \frac{3}{5}} = 1 - \frac{9}{22} = \frac{13}{22} = 0.59090...$$

**Solución:**  $P(M_1 \cup M_2 / D) = \frac{13}{22} \cong 0.5909$ .

El cálculo directo sería:

$$P(M_1 \cup M_2 / D) = \frac{P[(M_1 \cup M_2) \cap D]}{P(D)} = \{\text{el desarrollo del numerados es similar al realizado en el}$$

$$\text{apartado a) y quedaría}\} \frac{P(M_1 \cap D) + P(M_2 \cap D)}{P(D)} = \frac{0.30 \frac{1}{4} + 0.55 \frac{1}{10}}{0.30 \frac{1}{4} + 0.55 \frac{1}{10} + 0.15 \frac{3}{5}} = \frac{13}{22}$$