EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Una empresa fabrica dos tipos de aparatos A y B que necesitan pasar por los talleres X e Y. En cada uno de los talleres se trabaja 100 horas a la semana. Cada aparato A requiere 3 horas del taller X y 1 hora del Y y cada aparato B, 1 y 2 horas, respectivamente. Cada aparato A se vende a 100 € y cada aparato B, a 150 €.

a) Obtener razonadamente cuántos aparatos de cada tipo han de producirse para que el ingreso por ventas sea máximo.

b) ¿Cuál es el ingreso máximo?

Solución:

Los datos del problema podemos resumirlos en la tabla

Aparato	*Taller X*	*Taller Y*	*Precio venta*	*Nº de aparatos*
A	*3 h*	*1 h*	*100 €*	*x*
B	*1 h*	*2 h*	*150 €*	*y*
Restricciones	*100 h*	*100 h*		

Las ecuaciones de las restricciones serán,

Horas de trabajo en el taller X $3x + y \le 100$

Horas de trabajo en el taller Y $x + 2y \le 100$

Como x e y representan el número de aparatos $x, y \in N$

Los ingresos que se obtendrán serán: $100x + 150y$

El problema a resolver es:

maximizar $z = 100x + 150y$

$$s.a.\ \begin{cases} 3x + y \le 100 \\ x + 2y \le 100 \\ x, y \in N \end{cases}$$

Cálculos para representar las restricciones

$3x + y \le 100$ $x + 2y \le 100$

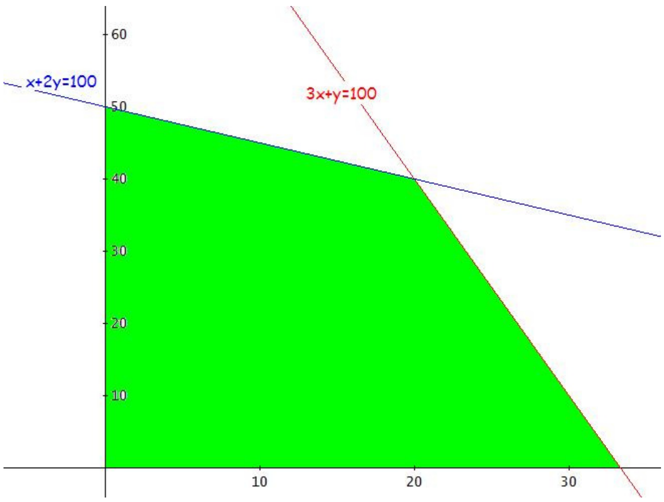
$3x + y = 100$ $x + 2y = 100$

x	y
0	100
$\frac{100}{3}$	0

x	y
0	50
100	0

¿(0,0) *cumple*?   ¿(0,0) *cumple*?

$3 \cdot 0 + 0 \le 100$ *sí* $0 + 2 \cdot 0 \le 100$ *sí*



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.

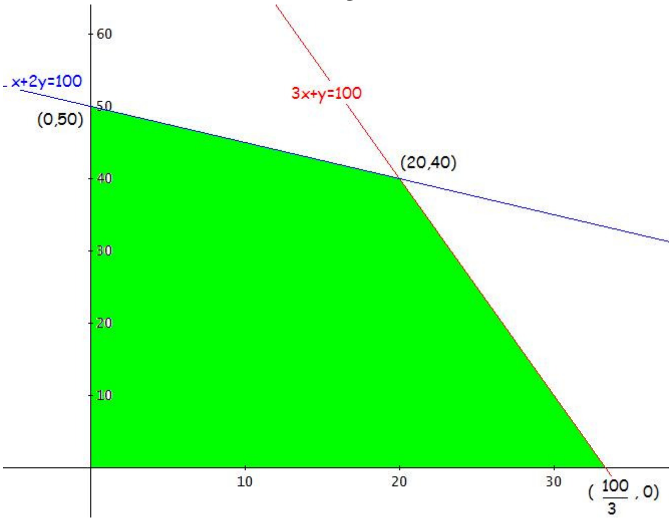
Debemos calcular los siguientes puntos de corte,

$$\begin{cases} 3x + y = 100 \\ x + 2y = 100 \end{cases} \qquad \textit{de la } 1^{\text{a}} \quad y = 100 - 3x$$

$$\textit{sustituyendo en la } 2^{\text{a}} \quad x + 2(100 - 3x) = 100$$

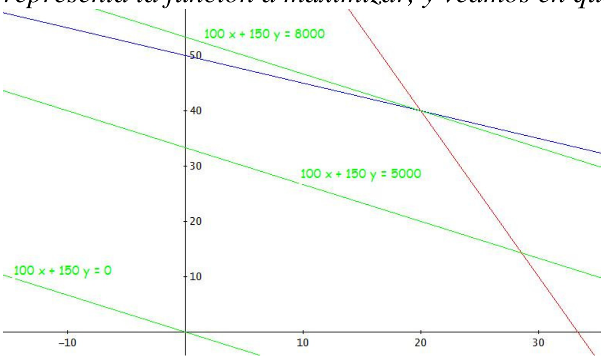
$$x + 200 - 6x = 100$$

$$-5x = -100 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-100}{-5} = 20 \quad \rightarrow \quad y = 100 - 3\,.\,20 = 40 \qquad \rightarrow \quad (20\,,\,40)$$



Entre los puntos que limitan la zona sombreada está el $\left(\frac{100}{3},0\right)$ *que no es de la región factible, pues su abcisa no es natural.*

Vamos a obtener de forma gráfica la solución, para ello trazaremos rectas paralelas a la 100 x + 150 y = 0, que representa la función a maximizar, y veamos en qué punto de la región factible alcanza el máximo.



Gráficamente observamos que la función z = 100 x + 150 y alcanza su máximo en el punto (20 , 40).
Podemos comprobarlo como sigue,

(x, y)	$z = 100x + 150y$
$(0,50)$	$100\,.\,0 + 150\,.\,50 = 7500$
$(20,40)$	$100\,.\,20 + 150\,.\,40 = 8000$

a) *Para que el ingreso por las ventas sea máximo hay que producir 20 aparatos del tipo A y 40 del tipo B.*
b) *El ingreso máximo será de 8000 € (100 . 20 + 150 . 40 = 2000 + 6000 = 8000).*